Инструкция по выполнению заданий с 08.10-23.10!!!
Студенты 21 и 22 групп, если вы забрали с собой тетради для лекций и практических работ, пишите лекции и практические в них, кто не забрал ,заведите тетради по математике и в одной тетради пишите и лекции и практические занятия и контрольные работы!!!
Лекции должны быть в полном объёме!!! Выберите один вариант практической и контрольной работы и выполняйте!!!
По приезду в училище вы привезёте мне тетради и я выставлю вам оценки. Дату мы обговорим с вашим классным руководителем. Не тяните время , сразу приступайте , до 20.10 чтобы всё было готово!!!

План практического занятия №20

Наименование дисциплины: Математика
Раздел учебной программы: **Множества и операции над ними .**

Контрольная работа№1

1.Тема: **Множества и операции над ними**
2. Количество часов: 1
3.Место проведения: кабинет №3
4. Характер работы: поисковый
5. Форма организации учебной деятельности студентов : индивидуальная
6.Внутрипредметные и межпредметные связи:
7. Дидактические цели контрольной работы
7.1.Обобщить, закрепить теоретические знания по теме: Множества и операции над ними.
7.2.Сформировать практические навыки и умения: выполнять операции над множествами.
7.3.Сформировать исследовательские и интеллектуальные умения: применять теоретический материал для решения задач.
8.Задание студентам на самоподготовку
Прочитать лекцию, знать ответы на вопросы:
1.Что такое « множество» ?; элементы множества?
2.Что такое пустое множество? Равные множества?
3.Какие способы задания множества вы знаете?
4.Какую наглядную демонстрацию множеств вы знаете?
5.Какие операции над множествами вы знаете?
6.Какие законы над множествами вам известны?
7.Что такое прямое произведение множеств?
8.Что такое эквивалентность множеств?
9.Оборудование: доска
Ход занятия
1.Целевая установка.
Включение в деловой ритм. Устное сообщение.

2. Проверка теоретической готовности студентов к выполнению контрольной работы. Выявить уровень знаний. Определить типичные недостатки.
3.Инструктаж о содержании, этапах практической работы.
4.Содержание контрольной работы

Контрольная работа №1
Вариант 1
1.Известно, что $x \in A \cap B$. Следует ли отсюда, что $x \in A$.
2.Изобразите при помощи кругов Эйлера
а) $B \cap C \cup A$ б) $C \setminus B \cap A$
3.Найдите $A \cap B \cap A \cup B$, если:
1. A={3;4;5;6;7} , B={3; 5; 7; 9}
2. A={a;b;c;d;k} , B={b; c; d}
3. A={8;9;10} , B={7; 5; 6}
4.Найдите объединение множеств решений неравенств в которых переменная x - действительное число $-2<x<4$ и $x \geq -1$.
5.Используя круги Эйлера, проиллюстрируйте справедливость распределительного закона пересечения и объединения множеств.
6.Запишите переместительный закон пересечения и объединения множеств.
7.Найдите $A \cup B \cap A \setminus B$, если: A={-1;0;2;4},B =[-2;2]
Вариант 2
1.Известно, что $x \in A \cup B$. Следует ли отсюда, что $x \in A \cap B$.
2.Изобразите при помощи кругов Эйлера
а) $B \cup C \cap A$ б) $C \cup A \setminus B$
3.Найдите $A \cap B \cap A \cup B$, если:
1. A={16;18;20;22} , B={6; 8; 0; 2}
2. A={a;b;c;d;k} , B={b; c; d;m}
3. A={1;2;3;4; 5; 6} , B={2; 4; 6}
4.Найдите объединение множеств решений неравенств в которых переменная x - действительное число $-7 \leq x < 5$ и $-5 \leq x \leq 8$.
5.Используя круги Эйлера, проиллюстрируйте справедливость переместительного закона пересечения и объединения множеств.
6.Запишите распределительный закон пересечения и объединения множеств.
7.Найдите $A \cup B \setminus A \cap B$, если: A={-1;3}, B =[-2;2]

Время выполнения контрольной работы 45 минут
Критерии оценки:
1.Оценка «5» ставится, ели обучающийся: самостоятельно полностью использует знания программного материала для выполнения задания;
Отметка «4» ставится, если обучающийся: правильно планирует выполнение работы; самостоятельно использует знания программного материала; в основном правильно и аккуратно выполняет задание; допускает 1-2 ошибки или 1 ошибку и 1-2 недочета;
Отметка «3» ставится, если обучающийся: допускает ошибки при планировании выполнения работы; не может самостоятельно использовать

значительную часть знаний программного материала; допускает 3-4 ошибки и неаккуратно выполняет задание;
Отметка «2» ставится, если обучающийся: не может правильно спланировать выполнение работы; не может использовать знания программного материала; допускает грубые ошибки и неаккуратно выполняет задание, выполняет менее половины задания.

5.Итог урока

Д/З Повторить по конспекту теоретический материал

Преподаватель _______________

План проведения лекционного занятия № 21-23

Дата 06.10-06.10-08.10
Тема лекции: **Комбинаторика. Размещение.**
Тип лекции: вводная, обзорная
Вид лекции: информационная
Дидактические цели: сообщение новых знаний;
Методы обучения: информационно – развивающие
Приемы обучения: приемы обучения конспектированию)
ТСО и наглядные пособия: доска

Ход занятия

1.Организационный момент.

2.Мотивационная установка.

3.Сообщение учащимся плана лекции, ознакомление их с темой, целью, задачами лекции.

Тема лекции: **Комбинаторика. Размещение**.
Цели и задачи : познакомить с элементами комбинаторики; ввести понятия основных конфигураций комбинаторики; формирование у студентов первичных умений и навыков применять теоретический материал для решения задач.

План лекции:

1.Элементы комбинаторики.
2.Общие правила комбинаторики.
3. Генеральная совокупность без повторений и выборки без повторений.
4. Применение графов (схем) при решении комбинаторных задач.

4.Тезисное конспектирование.

Комбинаторика и ее возникновение.

Комбинаторика- это область математики, в которой изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из элементов, принадлежащих данному множеству.

Комбинаторика возникла в XVI веке. В жизни привилегированных слоев тогдашнего общества большое место занимали азартные игры (карты, кости). Широко были распространены лотереи. Первоначально комбинаторные задачи касались в основном азартных игр: сколькими способами можно получить данное число очков, бросая 2 или 3 кости или сколькими способами можно получить 2-ух королей в некоторой карточной игре. Эти и другие проблемы азартных игр являлись движущей силой в развитии комбинаторики и далее в развитии теории вероятностей.
Одним из первых занялся подсчетом числа различных комбинаций при игре в кости итальянский математик Тарталья. Он составил таблицы (числа способов выпадения k очков на r костях). Однако, он не учел, одна и та же сумма очков может выпасть различными способами, поэтому его таблицы содержали большое количество ошибок.
Теоретическое исследование вопросов комбинаторики предприняли в XVII веке французские математики Блез Паскаль и Ферма. Исходным пунктом их исследований были так же проблемы азартных игр.
Дальнейшее развитие комбинаторики связано с именами Я. Бернулли, Г. Лейбница, Л. Эйлера. Однако, и в их работах основную роль играли приложения к различным играм.
Сегодня комбинаторные методы используются для решения транспортных задач, в частности задач по составлению расписаний, для составления планов производства и реализации продукции и т.д.

Общие правила комбинаторики.

Правило суммы: Если некоторый объект А может быть выбран m способами, а объект В- kспособами, то объект «либо А, либо В» можно выбрать m+k способами.
Примеры:
1. Допустим, что в ящике находится n разноцветных шаров. Произвольным образом вынимается 1 шарик. Сколькими способами это можно сделать?
Ответ: n способами.
Распределим эти n шариков по двум ящикам: в первый- m шариков, во второй- k шариков. Произвольным образом из произвольно выбранного ящика вынимается 1 шарик. Сколькими способами это можно сделать?
Решение: Из первого ящика шарик можно вынуть m способами, из второго- k способами. Тогда всего способов m+k=n.

2.Морской семафор.
В морском семафоре каждой букве алфавита соответствует определенное положение относительно тела сигнальщика двух флажков. Сколько таких сигналов может быть?
Решение: Общее число складывается из положений, когда оба флажка расположены по разные стороны от тела сигнальщика и положений, когда

они расположены по одну сторону от тела сигнальщика. При подсчете числа возможных положений применяется правило суммы.

Правило произведения: Если объект A можно выбрать m способами, а после каждого такого выбора другой объект B можно выбрать (независимо от выбора объекта A) kспособами, то пары объектов «A и B» можно выбрать m*k способами.

Примеры:

1. Сколько двузначных чисел существует?

Решение: Число десятков может быть обозначено любой цифрой от 1 до 9. Число единиц может быть обозначено любой цифрой от 0 до 9. Если число десятков равно 1, то число единиц может быть любым (от 0 до 9). Таким образом, существует 10 двузначных чисел, с числом десятков-1. Аналогично рассуждаем и для любого другого числа десятков. Тогда можно посчитать, что существует 9 *10 = 90 двузначных чисел.

2. Имеется 2 ящика. В одном лежит m разноцветных кубиков, а в другом- kразноцветных шариков. Сколькими способами можно выбрать пару «Кубик-шарик»?

Решение: Выбор шарика не зависит от выбора кубика, и наоборот. Поэтому, число способов, которыми можно выбрать данную пару равно m*k.

Генеральная совокупность без повторений и выборки без повторений.

Генеральная совокупность без повторений- это набор некоторого конечного числа различных элементов $a_1, a_2, a_3, ..., a_n$.

Пример: Набор из n разноцветных лоскутков.

Выборкой объема k (k   n) называется группа из m элементов данной генеральной совокупности.

Пример: Пестрая лента, сшитая из m разноцветных лоскутков, выбранных из данных n.

Размещениями из n элементов по k называются такие выборки, которые содержат по kэлементов, выбранных из числа данных n элементов генеральной совокупности без повторений, и отличаются друг от друга либо составом элементов, либо порядком их расположения.

$\boldsymbol{A_n^k}$- число размещений из n по k.

Число размещений из n по k можно определить следующим способом: первый объект выборки можно выбрать n способами, далее второй объект можно выбрать n-1 способом и т.д.

$$\mathrm{A}_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}} = \mathbf{n} \cdot (\mathbf{n}-\mathbf{1}) \cdot (\mathbf{n}-\mathbf{2}) \cdot \ldots \cdot (\mathbf{n}-(\mathbf{k}-\mathbf{1}))$$

Преобразовав данную формулу, имеем:

$$\mathrm{A}_{\mathbf{n}}^{\mathbf{k}} = \frac{\mathbf{n}!}{(\mathbf{n}-\mathbf{k})!}, \text{где } \mathbf{n}! = \mathbf{1} \cdot \mathbf{2} \cdot \mathbf{3} \cdot \ldots \cdot \mathbf{n} \text{ (называется } \mathbf{n} - \text{факториал).}$$

Следует помнить, что 0!=1.

Примеры:

1. В первой группе класса A первенства по футболу участвует 17 команд. Разыгрываются медали: золото, серебро и бронза. Сколькими способами они могут быть разыграны?

Решение: Комбинации команд-победителей отличаются друг от друга составом и порядком следования элементов, т.е. являются размещениями из 17 по 3.

$$A_{17}^{3}=\frac{17!}{(17-3)!}=\frac{17!}{14!}=15\cdot16\cdot17=4080$$

2.Научное общество состоит из 25-ти человек. Необходимо выбрать президента общества, вице-президента, ученого секретаря и казначея. Сколькими способами это можно сделать?

Решение: Комбинации руководящего состава общества отличаются друг от друга составом и порядком следования элементов, т.е. являются размещениями из 25 по 4.

$$A_{25}^{4}=\frac{25!}{(25-4)!}=\frac{25!}{21!}=22\cdot23\cdot24\cdot25=303600$$

Перестановками без повторений из n элементов называются размещения без повторений из n элементов по n, т.е. размещения отличаются друг от друга только порядком следования элементов.

- число перестановок.

$$\mathbf{P_n}=\mathbf{A_n^n}=\frac{\mathbf{n!}}{(\mathbf{n-n})!}=\frac{\mathbf{n!}}{\mathbf{0!}}=\mathbf{n!}$$

Примеры:

1.Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5 при условии, что они должны состоять из различных цифр?

Решение: Имеем перестановки из 5 элементов.

$$P_n=5!=120$$

2. Сколькими способами можно собрать 6 разноцветных лоскутков в пеструю ленту?

Решение: Имеем перестановки из 6 элементов.

$$P_n=6!=720$$

Сочетаниями без повторений из n элементов по k называются такие выборки, которые содержат по k элементов, выбранных из числа данных n элементов генеральной совокупности без повторений, и отличаются друг от друга только составом элементов.

$C_{\boldsymbol{n}}^{\boldsymbol{k}}$-число сочетаний из n по k

Элементы каждого из n сочетаний можно расставить k способами. Тогда

$$C_{\boldsymbol{n}}^{\boldsymbol{k}}=\frac{\boldsymbol{n}!}{(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{k})!\boldsymbol{k}!}.$$

Примеры:

1. Если в полуфинале первенства по шахматам участвует 20 человек, а в финал выходят лишь трое, то сколькими способам и можно определить эту тройку?

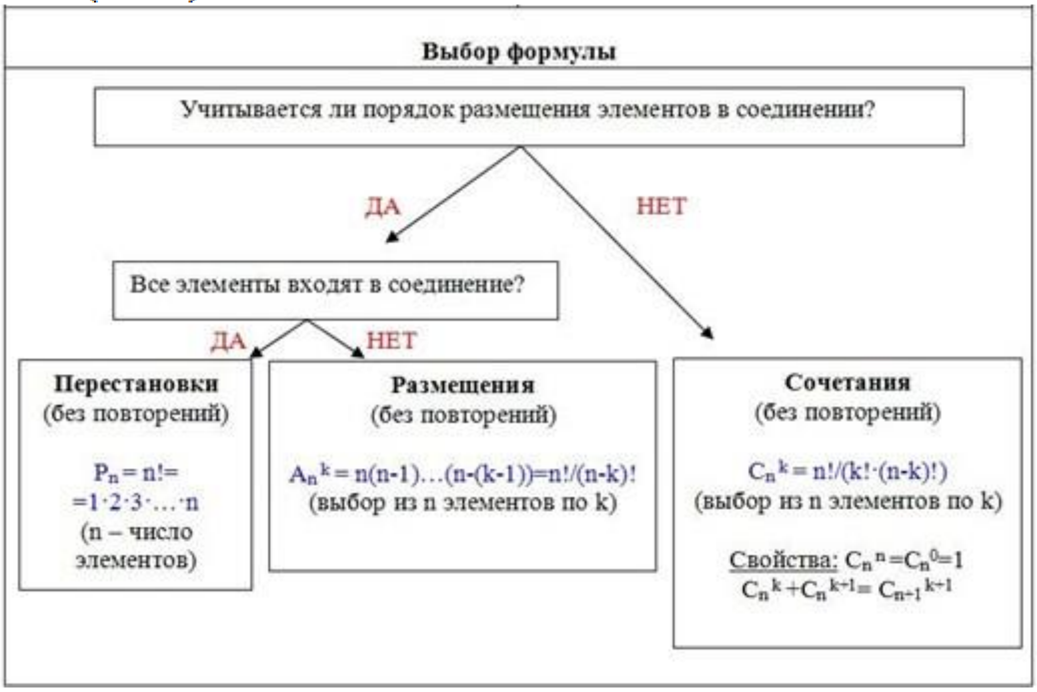
Решение: В данном случае порядок, в котором располагается эта тройка, не существенен. Поэтому тройки, вышедшие в финал, являются сочетаниями из 20 по 3.

$$C_{20}^3 = \frac{20!}{(20-3)!\cdot 3!} = \frac{20!}{17!\cdot 3!} = \frac{18\cdot 19\cdot 20}{2\cdot 3} = 1140$$

2. Сколькими способами можно выбрать трех делегатов из десяти человек на конференцию?

Решение: В данном случае порядок, в котором располагается эта тройка, не существенен. Поэтому тройки делегатов являются сочетаниями из 10 по 3.

$$C_{10}^3 = \frac{10!}{(10-3)!\cdot 3!} = \frac{10!}{7!\cdot 3!} = 120$$



4. Применение графов (схем) при решении комбинаторных задач.

В случае, когда число возможных выборов на каждом шагу зависит от того, какие элементы были выбраны ранее, можно изобразить процесс составления комбинаций в виде «дерева». Сначала из одной точки проводят столько отрезков, сколько различных выборов можно сделать на первом шагу. Из конца каждого отрезка проводят столько отрезков, сколько можно сделать выборов на втором шагу, если на первом шагу был выбран данный элемент и т.д.

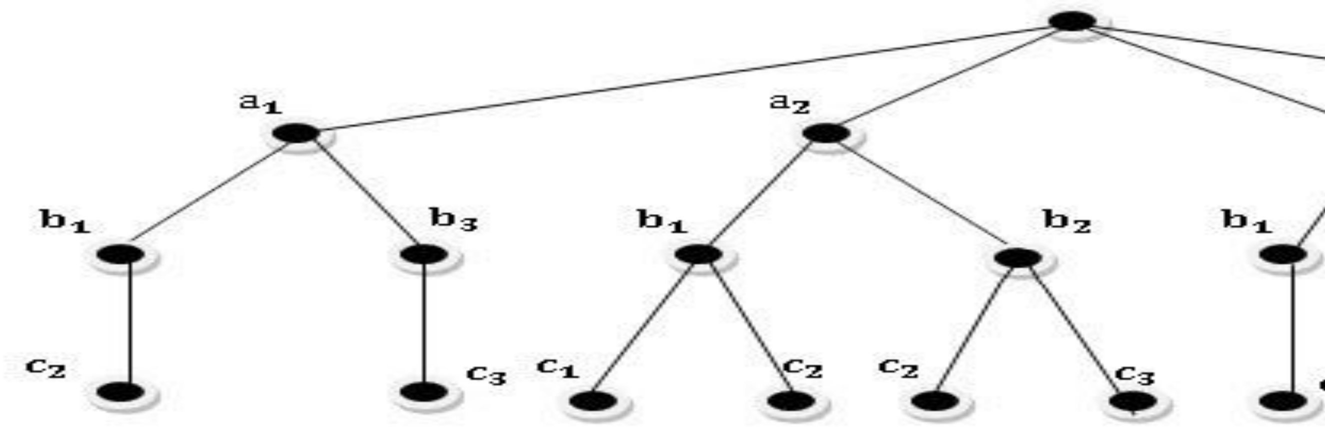
Задача:

При составлении команд космического корабля учитывается вопрос и психологической совместимости участников путешествия. Необходимо составить команду космического корабля из 3 человек: командира, инженера и врача. На место командира есть 4 кандидата: a_1, a_2, a_3, a_4. На место инженера- 3: b_1, b_2, b_3. На место врача- 3: c_1, c_2, c_3. Проведенная проверка показала, что командир a_1 психологически совместим с инженерами b_1 и b_3 и врачами c_1 и c_3. Командир a_2 - с инженерами b_1 и b_2. и всеми врачами. Командир a_3 - с инженерами b_1 и b_2 и врачами c_1 и c_3. Командир a_4-со всеми инженерами и врачом c_2. Кроме того, инженер b_1 не совместим с врачом

c_3, b_2- с врачом c_1 и b_3- с врачом c_2. Сколькими способами при этих условиях может быть составлена команда корабля?

Решение:

Составим соответствующее «дерево».



Ответ: 10 комбинаций.

Такое дерево является графом и применяется для решения комбинаторных задач.

Самостоятельная работа

Вариант 1

Задание№1.

Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5, 7, 9 при условии, что ни одна цифра в числе не повторяется?

Задание№2.

Сколько существует вариантов распределения трех призовых мест, если в розыгрыше участвуют 7 команд?

Задание№3.

Сколькими способами можно выбрать двух студентов на конференцию, если в группе 33 человека?

Задание№4.

Сколькими способами можно составить дозор из трех солдат и одного офицера, если имеется 80 солдат и 3 офицера?

Задание№5.

Сколько четырехзначных чисел, делящихся на 5, можно составить из цифр 0, 1, 2, 5, 7, если каждое число не должно содержать одинаковых цифр?

Задание№6.

Из группы в 15 человек должны быть выделены бригадир и 4 члена бригады. Сколькими способами это можно сделать?

Задание№7.

Буквы азбуки Морзе состоят из символов (точек и тире). Сколько букв можно изобразить, если потребовать, чтобы каждая буква содержала не более пяти символов?

Вариант 2

Задание№1.

Сколькими способами можно составить четырехцветные ленты из семи лент различных цветов.

Задание№2.

Сколькими способами можно выбрать четырех лиц на четыре различные должности из девяти кандидатов?

Задание№3.

Сколькими способами можно выбрать 3 из 6 открыток?

Задание№4.

Перед выпуском группа учащихся в 30 человек обменялась фотокарточками. Сколько всего было роздано фотокарточек.

Задание№5.

Сколькими способами можно рассадить 10 гостей по десяти местам за

праздничным столом?

Задание№6.

Сколько всего игр должны провести 20 футбольных команд в однокруговом чемпионате?

Задание№7.

Сколькими способами можно распределить 12 человек по бригадам, если в каждой бригаде по 6 человек?

5.Подведение итогов: Комментарий ответов
Домашнее задание. Знать основные понятия, читать конспект урока
Преподаватель ____________

План проведения лекционного занятия № 24-27
Дата **08.10,13.10,13.10,15.10**
Группа21,22
Тема лекции: Вычисление сложных комбинаций.
Тип лекции: вводная, обзорная
Вид лекции: информационная
Дидактические цели: сообщение новых знаний;
Методы обучения: информационно – развивающие
Приемы обучения: приемы обучения конспектированию)
ТСО и наглядные пособия: доска

Ход занятия

1.Организационный момент.
2.Мотивационная установка.
3.Сообщение учащимся плана лекции, ознакомление их с темой, целью, задачами лекции.
Тема лекции: Вычисление сложных комбинаций.
Цели и задачи : познакомить с комбинаторными соединениями(с повторениями); познакомить с вычислением сложных комбинаций; формирование у студентов первичных умений и навыков применять теоретический материал для решения задач.
План лекции:
1.Размещения с повторениями.
2.Перестановки с повторениями.
3.Сочетания с повторениями.
4.Вычисление сложных комбинаций.

4.Тезисное конспектирование.
Соединения с повторениями
Пусть дано множество М = . Из данных n элементов составим комбинацию, в которой a_1 встречается m_1 раз, a_2 – m_2 раз и так далее до a_n, который встречается m_n раз. Обозначим $m = m_1 + m_2 + \dots + m_n$.

Размещения с повторениями
В случае размещений какие-то m_i могут оказаться равны нулю, поэтому mможет оказаться как меньше n, так и равно или больше n.
Число различных размещений из n элементов по m с повторениями обозначим . Найдём это число.
Пусть m = 1. На одно место можно поместить любой из n элементов, поэтому имеется n возможностей, т.е. .
Для выбора второго элемента имеется n возможностей, т.к. один и тот же элемент можно выбрать снова. А значит, два элемента из n элементов можно выбрать $n \cdot n = n^2$ числом способов, т.е. = n^2. Рассуждая аналогично, приходим к формуле:

= n^m

Задача 1. Сколько различных трёхзначных чисел можно составить из цифр 1 и 2?
/ = 2^3 = 8 (111, 112,...) /
Задача 2. Сколько различных двузначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3?
/ = 3^2 = 9 /

Перестановки с повторениями
В случае перестановок в соединении присутствуют все ***n*** элементов, поэтому обязательно больше ***n***. Если ***m*** = ***n***, то каждый элемент встречается ровно один раз, что соответствует перестановкам без повторений
Число всех перестановок из ***m*** элементов с повторениями принято обозначать $m_1, m_2, \ldots, m_n$. Найдём это число.
Если бы все ***m*** элементов были между собой различны, то таких перестановок было бы $m! = (m_1 + m_2 + \ldots + m_n)!$ Но так как не все элементы различны, то их будет меньше.
Если бы все m_1 элементы были бы различны, то число перестановок возросло бы $m_1!$ раз. Если бы все m_2 элементы были бы различны, то число перестановок возросло бы $m_2!$ раз. А если бы m_1 и m_2 элементы были бы различны, то число перестановок возросло бы $m_1! \cdot m_2!$ раз. Учитывая всеm_i, получим, что число перестановок возросло бы в $m_1! \cdot m_2! \cdot \ldots \cdot m_n!$ раз. А значит, искомое число во столько раз меньше.

Итак: $\mathbf{m_1, m_2, \ldots, m_n}$ **=**

Задача 3. Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, если 1 встречается 1 раз, 2 – 2 раза, 3 – 2раза?
/ = 30 /
Задача 4. Сколькими способами можно переставить буквы в слове «***математика***», чтобы получить всевозможные различные наборы букв?
/ Т.к. в слове «математика» десять букв, из них «м» встречается 2 раза, «а» - 3 раза, «т» - 2 раза, «е», «и» и «к» - по разу, то задача сводится к вычислению = = 151200 /

Сочетания с повторениями
Число сочетаний из ***n*** элементов по ***m*** с повторениями обозначают . Найдём его.
Так как порядок расположения элементов не существенен, то сначала будем писать все a_1, затем – a_2 и так далее. Каждому такому сочетанию поставим во взаимно-однозначное соответствие символ (двоичную перестановку из элементов 0 и 1):
00…0

Очевидно, единиц записано $m_1 + m_2 + \ldots + m_n = m$ штук, а нулей – **(*n* – *1*)**.Если какой-то элемент не входит в наше сочетание, то вместо соответствующей групы единиц пишется нуль.
Например: M = {a;b;c}

1. aabccc (11010111)
2. aaaacc (11110011)
3. bbbccc (01110111)
4. bbbbbb (01111110)

Т.о., различных сочетаний столько, сколько можно составить двоичных перестановок из цифр 0 и 1 с повторениями, т.е. $_{m,n-1}$.
Задача 5. Имеются конфеты трёх сортов в коробках. Сколько можно составить различных наборов из пяти коробок?

Вычисление сложных комбинаций.

Описанные выше комбинаторные конфигурации и формулы для вычисления количества комбинаций применимы только в том случае, если мы производим выборку из одного множества. В практике часто встречаются ситуации, когда необходимо произвести выбор мз нескольких множеств, а результат объединить.

Для вычисления общего количества вариантов следует обратится к некоторым элементам теории множеств и математической логики.

Исходя из определений комбинаторных комбинаций, результатом является *множество* элементов. Следовательно, к ним применимы законы теории множеств и операции над множествами- *объединение и пересечение*.

Операциям объединения и пересечения множеств соответствуют логические операции *дизъюнкции(логическое сложение) и конъюнкции(логическое умножение)* соответственно.

А логическим операциям соответствуют союзы на естественном языке: дизъюнкции соответствует союз «или», конъюнкции- «и».

Таким образом, исходя из формулировки вопроса, можно понять, сколько множеств участвует в задаче и как объединять полученные результаты.

Пример 1.

В группе 20 студентов. Для соревнований нужно выбрать команду из 10 студентов. Сколько вариантов состава команды возможно?

В данной задаче не указано , что студенты должны отбираться в команду каким то особенным образом- нужно отобрать 10 студентов. Поэтому исходное множество одно- множество студентов. Так как не важно, в каком порядке мы будем выбирать студентов в команду, то результат получается с помощью сочетаний, а количество команд равно $C_{20}^{10} = \mathbf{1847560}$.

Пример 2.В группе 10 мальчиков и 10 девочек. Для соревнований нужно выбрать команду из 10 студентов: 5 мальчиков и 5 девочек. Сколько вариантов состава команды возможно?

Данная задача во многом похожа на первую, но в ней уже имеется деление группы на мальчиков и девочек, и команда должна состоять из заданного количества мальчиков и девочек. Следовательно, исходных множеств 2-

множество мальчиков и множество девочек. По сути мы из мальчиков формируем одну команду, а из девочек – другую.
Количество команд мальчиков-$C_{10}^{5} = \mathbf{252}$.
Количество команд девочек - $C_{10}^{5} = \mathbf{252}$.
Теперь объединяем эти команды в одну: к каждой отобранной команде мальчиков мы можем добавить любую из команд девочек. Поэтому для 1-й команды мальчиков-252 варианта команд девочек, для 2-х команд мальчиков- 252+252=2$\cdot$ $\mathbf{252}$ и т. д.
В итоге количество вариантов команд с указанным составом- 252·252=63504.
О том, что полученные результаты нужно перемножить, говорит и союз «и» в вопросе: «… из 10 студентов: 5 мальчиков и 5 девочек».
Пример 3. В группе 10 мальчиков и 10 девочек. Для соревнований нужно выбрать команду из 5 мальчиков или 5 девочек. Сколько вариантов состава команды возможно?

Опять имеется два множества- мальчики и девочки. Из каждого множества мы выбираем команду из 5 человек, но отправляем их на соревнования не вместе, а только какую-то одну команду, т.е количество вариантов команд будет равно количеству команд мальчиков + количество команд девочек:

$C_{10}^{5} + C_{10}^{5} = \mathbf{252 + 252 = 504}$.
О том , что полученные результаты нужно сложить, говорит и союз «или» в вопросе: «… из 5 мальчиков **или** 5 девочек».
Дополнительные задания:
Задача 1. На факультете изучается 16 предметов. На понедельник нужно в расписание поставить 3 предмета. Сколькими способами можно это сделать?

Решение. Способов постановки в расписание трех предметов из 16 столько, сколько можно составить размещений из 16 элементов по 3.

$$A_{16}^{3} = \frac{16!}{(16-3)!} = \frac{16!}{13!} = \frac{13! \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16}{13!} = 14 \cdot 15 \cdot 16 = 3360$$
.

Задача 2. Из 15 объектов нужно отобрать 10 объектов. Сколькими способами это можно сделать?

Решение.

$$C_{15}^{10} = \frac{15!}{(15-10)! \cdot 10!} = \frac{15!}{5! 10!} = \frac{10! \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15}{5! \cdot 10!} = \frac{11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{11 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 3 \cdot 14}{2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1} =$$

$$= \frac{11 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 14}{2} = 11 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 7 = 3003.$$

Задача 3. В соревнованиях участвовало четыре команды. Сколько вариантов распределения мест между ними возможно?

Решение.

$$P_4 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24.$$

Задача 4. Сколькими способами можно составить дозор из трех солдат и одного офицера, если имеется 80 солдат и 3 офицера?

Решение. Солдат в дозор можно выбрать

$$C_{80}^{3} = \frac{80!}{77!3!} = \frac{77! \cdot 78 \cdot 79 \cdot 80}{77! \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{78 \cdot 79 \cdot 80}{2 \cdot 3} = 13 \cdot 79 \cdot 80 = 82160$$

способами, а офицеров $C_3^1 = 3$ способами. Так как с каждой командой из солдат может пойти любой офицер, то всего имеется $C_{80}^{3} \cdot C_3^1 = 82160 \cdot 3 = 246480$ способов.

Задача 5. Найти x, если известно, что $C_{x-2}^{2} = 21$.

Решение.

Так как $C_{x-2}^{2} = \frac{(x-2)!}{(x-2-2)!2!} = \frac{(x-2)!}{(x-4)! \cdot 2} = \frac{(x-4)! \cdot (x-3)(x-2)}{(x-4)! \cdot 2} = \frac{(x-3)(x-2)}{2}$, то получим

$$\frac{(x-3)(x-2)}{2} = 21,$$

$$(x-3)(x-2) = 42,$$

$$x^2 - 5x + 6 - 42 = 0,$$

$$x^2 - 5x - 36 = 0$$

$$x_1 = -4, \; x_2 = 9.$$

По определению сочетания следует, что $x - 2 \le 2$, $x \le 4$. Т.о. $x = 9$.

Ответ: 9

5.**Подведение итогов**: Комментарий ответов
Домашнее задание. Знать основные понятия, читать конспект урока

Преподаватель _______________

План практического занятия №28-29

Наименование дисциплины: Математика
Раздел учебной программы: Комбинаторика. Элементы комбинаторики.

Практическое занятие № 5

1.Тема практической работы: Решение комбинаторных задач
2. Количество часов: 2
3.Место проведения: Кабинет№3
4. Характер работы: частично – поисковый
5. Форма организации учебной деятельности студентов: индивидуальная
6. Дидактические цели практической работы
6.1.Обобщить, закрепить теоретические знания по теме: Комбинаторика. Элементы комбинаторики.
6.2.Сформировать практические навыки и умения: Решение комбинаторных задач; применять изученный теоретический материал при выполнении упражнений.
6.3.Сформировать исследовательские и интеллектуальные умения: увидеть проблему и наметить пути ее решения.
7.Задание студентам на самоподготовку:
1.Дайте определения основным комбинаторным конфигурациям.
2.По какой формуле находится количество размещений?
3. По какой формуле находится количество перестановок?
4. По какой формуле находится количество сочетаний?
5.Как выбрать нужную комбинаторную конфигурацию?
6.Как может вычисляться количество комбинаций в случае, если исходных множеств более одного?
8.Оборудование : раздаточный материал

Ход занятия

1.Целевая установка.
Включение в деловой ритм. Устное сообщение.
2. Проверка теоретической готовности студентов к выполнению практической работы
Выявить уровень знаний. Определить типичные недостатки.
3.Инструктаж о содержании, этапах практической работы.
4.Содержание практического занятия

Практическое занятие№5

Вариант 1
1. Сколькими способами могут разместиться пять человек вокруг круглого стола?

2. Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 1;2;5;8;9 так чтобы в каждом числе не было одинаковых цифр?
3. В бригаде из двадцати пяти человек нужно выделить четырех для работы на определенном участке. Сколькими способами это можно сделать?
4. В вазе с фруктами лежит 12 персиков и 9 слив. Сколькими способами можно выбрать 4 персика и 3 сливы?
5.Имеется 5 билетов денежно-вещевой лотереи, 6 билетов спортлото и 10 билетов автомотолотереи. Сколькими способами можно выбрать один билет из спортлото или автомотолотереи?

Вариант 2
1. Сколькими способами можно расставить на полке семь книг?
2. Сколько существует вариантов распределения трех призовых мест, если в розыгрыше участвуют семь команд?
3. Из 15 членов туристической группы надо выбрать трех дежурных. Сколькими способами можно сделать этот выбор?
4. На полке стоит 4 энциклопедии и 11 детективов. Сколькими способами можно выбрать пять детективов и две энциклопедии?

5.Ученик должен выполнить практическую работу по математике. Ему предложили на выбор 17 тем по алгебре и 13 тем по геометрии. Сколькими способами он может выбрать одну тему для практической работы?

5.Оценка выполнения работы.

«неудовл.»	«удовл.»	«хорошо»	«отлично»
Менее 60%	60-79%	80-89%	90-100%

Преподаватель ________________

План практического занятия №30

Наименование дисциплины: Математика
Раздел учебной программы: Комбинаторика. Элементы комбинаторики**.**

Контрольная работа№2

1.Тема: Комбинаторика. Элементы комбинаторики.
2. Количество часов: 1
3.Место проведения: кабинет №3
4. Характер работы: поисковый
5. Форма организации учебной деятельности студентов : индивидуальная
6.Внутрипредметные и межпредметные связи:

7. Дидактические цели контрольной работы

7.1.Обобщить, закрепить теоретические знания по теме: Комбинаторика. Элементы комбинаторики.

7.2.Сформировать практические навыки и умения: решать комбинаторные задачи.

7.3.Сформировать исследовательские и интеллектуальные умения: применять теоретический материал для решения задач.

8.Задание студентам на самоподготовку

Прочитать лекцию, знать ответы на вопросы:

1.Дайте определения основным комбинаторным конфигурациям.

2.По какой формуле находится количество размещений?

3. По какой формуле находится количество перестановок?

4. По какой формуле находится количество сочетаний?

5.Как выбрать нужную комбинаторную конфигурацию?

6.Как может вычисляться количество комбинаций в случае, если исходных множеств более одного?

9.Оборудование: доска

Ход занятия

1.Целевая установка.

Включение в деловой ритм. Устное сообщение.

2. Проверка теоретической готовности студентов к выполнению контрольной работы. Выявить уровень знаний. Определить типичные недостатки.

3.Инструктаж о содержании, этапах практической работы.

4.Содержание контрольной работы

Контрольная работа №2

Вариант 1. **Вариант 2**

В заданиях 1-6 выберите и отметьте правильный ответ.

1.Вычислите:

$$\frac{P_3 + P_5}{P_4}$$ $$\frac{P_2 + P_3}{P_4}$$

А $\frac{3}{4}$ Б $5\frac{1}{4}$ В 2 Г 24 А 5 Б 2 В $\frac{1}{3}$ Г 6

2.Вычислите:

C_7^5 C_8^6

А 21 Б 42 В 1 Г 2 А 56 Б 28 В 1 Г 2

3.Вычислите:

A_6^4 A_5^3

А 24 Б 6 В 4 Г 360 А 6 Б 2 В 20 Г 60

4.Сколько слов можно составить путем перестановки из букв , входящих в слово:

« врач » « речка»

А 4 Б 8! В 6! Г 4! А 5! Б 4 В 4! Г5

5.Сколько четырехзначных чисел можно получить из цифр:

1 ; 3 ; 4 ; 7 ; 8 ? 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 9 ?

А 5! Б 4! В 5 Г 120 А 120 Б 5! В 60 Г24

6.Сколькими способами из коробки , в которой находится 6 одинаковых шаров, можно вытащить:

4 шара 3 шара

А 4 Б 20 В 15 Г 6 А 120 Б 20 В 30 Г 3

7.Сколько существует трехзначных чисел, у которых все цифры четные и различные?

8.В классе 28 учащихся. Сколькими способами можно выбрать из них трех участников спортивных соревнований?

Проверочная работа включает в себя задания обязательного уровня – 6 заданий, и задания с элементами повышенного уровня –2. Каждое задание с 1 - 6 оценивается в 1 балл. 7 и 8 –е задания оцениваются в 3 балла.

Рекомендации по оцениванию и проведению проверочной работы:

а) На оценку «3» учащиеся выполняют задания обязательного уровня и необходимо верно выполнить 6 заданий.

б) На оценку «4» учащиеся выполняют задания обязательного и с элементами повышенного уровней, необходимо выполнить верно 1-7 задания.

в) На оценку «5» учащиеся выполняют задания № 1-8.

Критерий оценивания

0-5 баллов	6- 8 баллов	9-11 баллов	12баллов
2	3	4	5

Преподаватель _____________________

План проведения лекционного занятия № 31-32

Дата 22.10,22.10

Группа21,22

Тема лекции: Основные понятия теории вероятностей. Операции над событиями.

Тип лекции: вводная, обзорная

Вид лекции: информационная

Дидактические цели: сообщение новых знаний;

Методы обучения: информационно – развивающие

Приемы обучения: приемы обучения конспектированию)

ТСО и наглядные пособия: доска

Ход занятия

1.Организационный момент.
2.Мотивационная установка.
3.Сообщение учащимся плана лекции, ознакомление их с темой, целью, задачами лекции.
Тема лекции: Основные понятия теории вероятностей. Операции над событиями.
Цели и задачи : познакомить с основными понятиями теории вероятностей ; познакомить с операциями над событиями; формирование у студентов первичных умений и навыков применять теоретический материал для решения задач.
План лекции:
1.Теория вероятностей- как область математики.
2. Основные понятия теории вероятностей.
3.Операции над событиями.

4.Тезисное конспектирование.

Теория вероятностей

Начиная с древних времен, наряду с вопросом «Почему это произошло?», человек задавался и вопросами: «Когда это повторится?», «Как часто это будет повторяться?». То есть человек сталкивается со случайными явлениями, ситуациями, исход которых нельзя точно предвидеть.

Наблюдая за различными явлениями, делая записи об этих явлениях и анализируя их, человечество накапливало эмпирические факты, которые, начиная со средних веков, стали складываться, оформляться в науку, занимающуюся исследованием событий- **теорию вероятностей.**

Возникновение теории вероятностей как науки относят к средним векам и первым попыткам математического анализа азартных игр. Первоначально ее основные понятия не имели строго математического вида, к ним можно было относиться как к некоторым эмпирическим фактам, как и свойствам реальных событий, и они формулировались в наглядных представлениях. Самые ранние работы ученных в области теории вероятностей относятся к XVII в. Исследуя прогнозирование выигрыша в азартных играх, Блез Паскаль и Пьер Ферма открыли первые вероятностные закономерности, возникающие при бросании костей.

Изучение азартных случайных игр восходит к ранней истории теории вероятностей и даже сейчас эти игры доставляют множество тренировочных задач по определению вероятностей событий.

Следует отметить, что теория вероятностей, как никакая другая область математики, полна противоречий и парадоксов. Долгое время ее вместе с математической статистикой не хотели причислять к математическим дисциплинам, считая ее сугубо прикладной наукой.

Только в первой половине XX в., в основном благодаря трудам А.Н.Колмогорова, были построены математические основания теории вероятностей, которые позволили выделить ее в отдельную науку.

Теория вероятностей- раздел математики, изучающий закономерности случайных явлений: случайные события, случайные величины, их свойства и операции над ними.

Основные понятия теории вероятностей

Испытание- совокупность обстоятельств или действий для достижения поставленной цели.

Каждое испытание может заканчиваться одним или несколькими исходами.

Условия проведения испытания не должны меняться от эксперимента к эксперименту.

Событие (элементарное событие)- один из взаимоисключающих друг друга вариантов, которым может завершиться испытание. Обозначается заглавными буквами латинского алфавита: A, B, C,….

Очень Важно при рассмотрении возможных исходов испытания, т.е. при выборе элементарных событий, выбирать события как можно более «элементарные», т.е. неделимые на более мелкие события.

Достоверное событие- событие , которое в результате испытания всегда произойдет.

Невозможное событие- событие , которое в результате испытания никогда не произойдет.

Случайное событие- событие, которое может произойти или не произойти в результате испытания.

Виды случайных событий

1. *Равновозможные* события- имеют одинаковый шанс появиться.

2. *Несовместные* события- если наступление одного исключает наступления другого. В противном случае – события совместные.

3.*Противоположные* события- если не появление одного из них влечет появление другого.

4.Событие А называется *благоприятствующим* событию В , если появление события А влечет за собой появление события В.

Полная группа событий образуется несколькими попарно несовместными событиями, причем в результате испытания одно из них обязательно должно произойти.

Пример: Испытание- подбрасывают игральный кубик.

События:

Событие	***Вид события***
A_1- выпадение 1, A_2- выпадение 2, A_3- выпадение 3,	
A_4- выпадение 4, A_5- выпадение 5, A_6- выпадение 6	*Случайные события*
B- выпадение четного числа	
C- выпадение нечетного числа	
D- выпадение числа , кратного 3	
E- выпадение 7	*Невозможное событие*
F- выпадение числа меньше 7	*Достоверное событие*

События A_1…..A_6- *равновозможные* (ни одна грань не обладает каким – либо преимуществом перед другими), *несовместные*(одновременно произойти не могут), *образуют полную группу* событий(одно из них обязательно произойдет).

События В и С – *равновозможные*(количество четных и нечетных чисел на кубике одинаково), *несовместные, противоположные(*если не выпало четное число, значит, выпало нечетное и наоборот), *образуют полную группу.*

События В и D- совместные(число 6 одновременно четное и делится на 3).

События С и D-совместные(число3одновременно нечетное и делитсяна 3).

Событие A_6- *благоприятствующее* событиям В и D.

Операции над событиями

В простейших случаях можно сформулировать условия испытания и выделить элементарные события таким образом, чтобы результат испытания не зависел ни от чего, но при рассмотрении более сложных случаев оказывается, что результат одного испытания нельзя получить, не проведя другого испытания, т.е. результат одного испытания может зависеть от результатов других испытаний.

Для того, чтобы учесть и исследовать сложные события(зависящие от других), необходимо ввести операции над событиями, т.е. математически описать возможную взаимосвязь между событиями.

Перечислив или описав все возможные варианты исходов каждого испытания, получим **множество** событий. Следовательно, к событиям можно применять те же операции , что и к множествам.

Суммой нескольких событий- называется событие, состоящее в наступлении **хотя бы одного** из них в результате испытания. Сумма событий А и В обозначается $A+B$ и означает, что наступило событие А, или наступило В или наступили оба события.

Произведением нескольких событий называется событие, состоящее в совместном наступлении **всех** событий в результате испытания. Произведение событий А и В обозначается $A\cdot B$.

Пример 1.

При броске кубика нужно выбросить число, большее 3. То есть нужно выбросить 4, или 5, или 6.

Обозначим события и установим связь между ними:

А- выбросить число , большее 3.

B_1- выбросить 4;

B_2- выбросить 5;

B_3- выбросить 6.

Так как чтобы произошло событие А, должно произойти хотя бы одно из событий B_1, B_2, B_3, то событие А является суммой событий B_1, B_2, B_3, т.е. $A=B_1+B_2+B_3$.

Пример 2.

При броске двух кубиков сумма выпавших чисел должна быть равна 12. Это возможно только в том случае, если и на первом и на втором кубике выпадет 6, т.е. произойдут **оба** события A_1- выпала 6 на первом кубике A_2- выпала 6 на втором кубике.

Таким образом, событие В- сумма выпавших чисел равна 12 , является произведением событий A_1 и A_2 , т.е. $B= A_1 \cdot A_2$.

Правильное определение взаимосвязи событий необходимо для правильного вычисления вероятности события.

5.**Подведение итогов**: Комментарий ответов
Домашнее задание. Знать основные понятия, читать конспект урока

Преподаватель _______________