

**Дистанционное обучение по алгебре в 9-х классах с 08.10.2020г по 30.10.2020г.**

№	Тема	Задания	Срок сдачи
1.	Контрольная работа № 1 по теме «Квадратичная функция».	<p align="center">1. Разложите на множители квадратный трехчлен:</p> <p>а) <math>x^2 - 14x + 45</math>;      б) <math>3y^2 + 7y - 6</math>.</p> <p>2. Сократите дробь <math>\frac{3p^2 + p - 2}{4 - 9p^2}</math>.</p> <p>3. Постройте график функции <math>y = x^2 - 6x + 5</math>. Исследуйте график этой функции.</p>	13.10
2.	Функция $y = x^n$ . Определение корня $n$ -й степени.	<p>Гл. I, §4, п. п. 8-9, №№140; 141; 159(а, б, в, г, д, е); 160.</p> <p><b>140.</b> Сравните:</p> <p>а) <math>1,2^4</math> и <math>1,5^4</math>;      г) <math>(-3,2)^4</math> и <math>(-3,4)^4</math>;  б) <math>0,8^4</math> и <math>0,7^4</math>;      д) <math>0,3^5</math> и <math>0,8^5</math>;  в) <math>0,9^4</math> и <math>1</math>;      е) <math>\left(-\frac{1}{3}\right)^5</math> и <math>\left(-\frac{1}{4}\right)^5</math>.</p> <p><b>141.</b> Сравните:</p> <p>а) <math>5,7^3</math> и <math>5,4^3</math>;      г) <math>1,6^6</math> и <math>1,8^6</math>;  б) <math>(-4,1)^3</math> и <math>(-4,2)^3</math>;      д) <math>(-5,3)^6</math> и <math>(-4,2)^6</math>;  в) <math>0,8^3</math> и <math>(-1,3)^3</math>;      е) <math>2,1^6</math> и <math>3,1^6</math>.</p> <p><b>159.</b> Докажите, что верно равенство:</p> <p>а) <math>\sqrt{361} = 19</math>;      г) <math>\sqrt[5]{\frac{32}{243}} = \frac{2}{3}</math>;  б) <math>\sqrt[3]{343} = 7</math>;      д) <math>\sqrt[10]{1} = 1</math>;  в) <math>\sqrt[6]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{2}</math>;      е) <math>\sqrt[7]{0} = 0</math>;</p> <p><b>160.</b> Найдите значение выражения:</p> <p>а) <math>\sqrt[4]{16}</math>;      г) <math>\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}</math>;  б) <math>\sqrt[5]{32}</math>;      д) <math>\sqrt[4]{5\frac{1}{16}}</math>;  в) <math>\sqrt[12]{1}</math>;      е) <math>\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}</math>.</p>	16.10
3.	Свойства арифметического корня $n$ -й степени.	<p align="center">Гл. I, §4, п. п. 8-9.</p> <p><b>3.</b> Укажите два последовательных целых числа, между которыми заключено число:</p> <p>а) <math>\sqrt{13}</math>;      б) <math>\sqrt[3]{57}</math>;      в) <math>\sqrt[4]{0,6}</math>;      г) <math>\sqrt[5]{48}</math>.</p> <p><b>4.</b> Вычислите:</p> <p>1) а) <math>(\sqrt{15})^2</math>;      б) <math>(\sqrt[3]{9})^3</math>;      в) <math>(-\sqrt[4]{17})^4</math>;  г) <math>-\sqrt[4]{17^4}</math>;      д) <math>(-\sqrt[7]{3})^7</math>;  2) а) <math>(3\sqrt[3]{2})^3</math>;      б) <math>(-2\sqrt[4]{7})^4</math>;      в) <math>(-\sqrt[5]{26})^5</math>;  г) <math>-3\sqrt[5]{6^5}</math>;      д) <math>(-\sqrt[8]{3})^8</math>.</p>	20.10

		<p><b>5. Решите уравнение:</b></p> <p>а) <math>x^4 = 7</math>;      б) <math>x^5 = 30</math>;      в) <math>\frac{1}{32}x^6 - 2 = 0</math>;  г) <math>\frac{1}{4}x^5 + 7 = 0</math>.</p>	
4.	Определение и свойства степени с рациональным показателем.	<p>Гл. I, §4, п.11, №№190(б), 191(2стр.), 193(3стр.).</p> <p><b>190.</b> Представьте степень с дробным показателем в виде корня:  б) <math>x^{\frac{3}{4}}</math>, <math>a^{1,2}</math>, <math>b^{-0,8}</math>, <math>c^{2\frac{2}{3}}</math>;</p> <p><b>191.</b> Представьте арифметический корень в виде степени с дробным показателем:  б) <math>\sqrt[3]{7^{-1}}</math>;      г) <math>\sqrt[5]{(\frac{3}{2})^{-2}}</math>;      е) <math>\sqrt[4]{x^3}</math>;      з) <math>\sqrt[5]{(x-y)^2}</math>.</p> <p><b>193.</b> Представьте в виде степени с рациональным показателем:  в) <math>a^{\frac{2}{3}}a^{\frac{1}{6}}</math>;      е) <math>y^{\frac{5}{6}} : y^{\frac{1}{3}}</math>;      и) <math>(b^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}}</math>;      м) <math>(p^3)^{-\frac{2}{9}}</math>.</p>	23.10
5.	Преобразование выражений, содержащих степени с рациональным показателем.	<p>Гл. I, §4, п.11, №№194; 195.</p> <p><b>194.</b> Упростите выражение:  а) <math>(a^{0,4})^{\frac{1}{2}} \cdot a^{0,8}</math>;      в) <math>a(a^{-1,2})^{\frac{3}{4}}</math>;  б) <math>(x^4)^{\frac{3}{5}} \cdot x^{1,6}</math>;      г) <math>(a^{0,8})^{\frac{3}{4}} \cdot (a^{-\frac{2}{5}})^{-1,5}</math>.</p> <p><b>195.</b> Вычислите:  а) <math>10^{\frac{2}{5}} \cdot 10^{-\frac{1}{2}} \cdot 10^{0,1}</math>;      в) <math>3 \cdot 9^{0,4} \cdot \sqrt[5]{3}</math>;  б) <math>4^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{12}{3}} \cdot 8^{-\frac{1}{9}}</math>;      г) <math>8^{-\frac{1}{3}} \cdot 16^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{4}</math>.</p>	23.10
6.	Решение упражнений по теме «Степенная функция. Корень $n$ -ой степени».	<p>Гл. I, §4, п.11, №197.</p> <p><b>197.</b> Сократите дробь:  а) <math>\frac{3 + 3^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}}</math>;      в) <math>\frac{x-y}{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}}</math>;  б) <math>\frac{10}{10 - 10^{\frac{1}{2}}}</math>;      г) <math>\frac{b^{\frac{1}{2}} - 5}{b - 25}</math>;</p>	27.10

7. Контрольная работа № 2 по теме «Степенная функция. Корень  $n$ -ой степени».

30.10

- 1. Вычислите:  
а)  $3 \cdot 16^{\frac{1}{2}}$ ; б)  $27^{-\frac{1}{3}}$ .
- 2. Упростите выражение:  
а)  $a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{-\frac{1}{4}}$ ; б)  $\frac{x^{\frac{3}{4}} \cdot x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4}}}$ ; в)  $(c^{\frac{2}{3}})^3 \cdot c^{-\frac{3}{2}}$ .
- 3. Представьте выражение  $y^{\frac{5}{3}} \sqrt[3]{y}$  в виде степени с основанием  $y$ .
- 4. Сократите дробь:  
а)  $\frac{x-5x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}-5}$ ; б)  $\frac{a^{\frac{1}{2}}-4}{a-16}$ .
- 5. Упростите выражение:  
$$\left( \frac{a}{a^{0,5}b^{0,5}+b} - \frac{b^{0,5}}{a^{0,5}+b^{0,5}} \right) \cdot \frac{3b^{1,5}}{a^{0,5}-b^{0,5}}$$

## 2. Теория по теме «Функция $y = x^n$ . Определение корня $n$ -й степени.

### § 4. СТЕПЕННАЯ ФУНКЦИЯ. КОРЕНЬ $n$ -Й СТЕПЕНИ

#### 8. Функция $y = x^n$

Рассмотрим функцию, заданную формулой  $y = x^n$ , где  $x$  — независимая переменная, а  $n$  — натуральное число. Такую функцию называют *степенной функцией с натуральным показателем*.

Степенные функции при  $n = 1, 2$  и  $3$ , т. е. функции  $y = x$ ,  $y = x^2$  и  $y = x^3$ , мы уже рассматривали. Их свойства и графики нам известны.

Выясним теперь свойства степенной функции и особенности ее графика при любом натуральном  $n$ .

Выражение  $x^n$ , где  $n$  — натуральное число, имеет смысл при любом  $x$ . Поэтому областью определения степенной функции с натуральным показателем является множество всех действительных чисел.

Сначала рассмотрим случай, когда показатель  $n$  — четное число. Свойства функции  $y = x^n$  при четном  $n$  аналогичны свойствам функции  $y = x^2$ .

1. Если  $x = 0$ , то  $y = 0$ . График функции проходит через начало координат.
2. Если  $x \neq 0$ , то  $y > 0$ . Это следует из того, что четная степень как положительного, так и отрицательного числа положительна. График функции расположен в первой и второй координатных четвертях.
3. Противоположным значениям аргумента соответствуют равные значения функции. Это следует из того, что при четном  $n$  равенство  $(-x)^n = x^n$  верно при любых значениях  $x$ .
4. Функция возрастает в промежутке  $[0; +\infty)$  и убывает в промежутке  $(-\infty; 0]$ .
5. Область значений функции есть множество неотрицательных чисел.

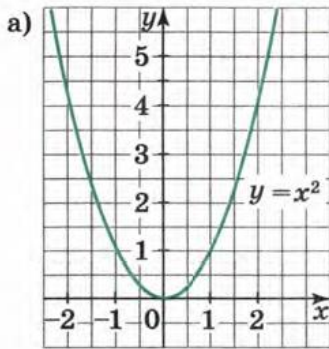


Рис. 36

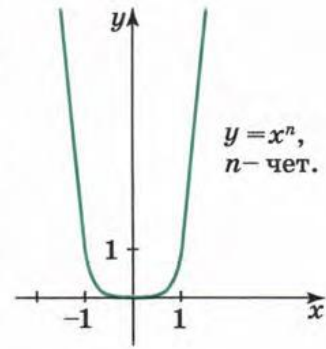
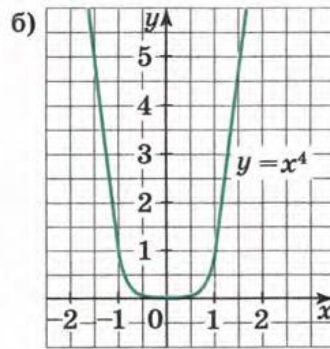


Рис. 37

На рисунке 36 изображены графики функций  $y = x^2$  и  $y = x^4$ . На рисунке 37 показано, как выглядит график функции  $y = x^n$  с четным показателем  $n$ .

Рассмотрим теперь свойства степенной функции  $y = x^n$  при нечетном  $n$ . Эти свойства аналогичны свойствам функции  $y = x^3$ .

1. Если  $x = 0$ , то  $y = 0$ . График функции проходит через начало координат.
2. Если  $x > 0$ , то  $y > 0$ ; если  $x < 0$ , то  $y < 0$ . График функции расположен в первой и третьей координатных четвертях.
3. Противоположным значениям аргумента соответствуют противоположные значения функции. Это следует из того, что при нечетном  $n$  для любого  $x$  верно равенство  $(-x)^n = -x^n$ .
4. Функция возрастает на всей области определения.
5. Область значений функции есть множество всех действительных чисел.

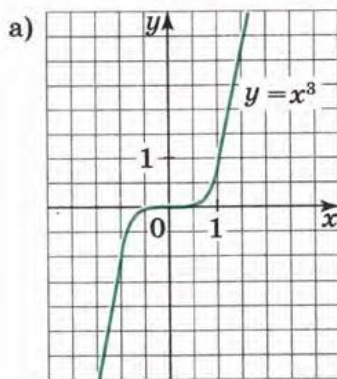


Рис. 38

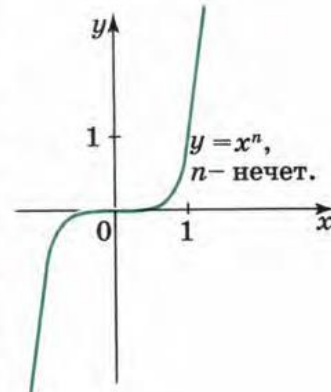
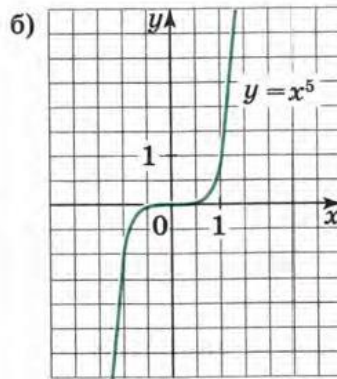


Рис. 39

На рисунке 38 изображены графики функций  $y = x^3$  и  $y = x^5$ . На рисунке 39 показано, как выглядит график функции  $y = x^n$  с нечетным показателем  $n > 1$ .

**Определение.** Арифметическим корнем  $n$ -й степени из неотрицательного числа  $a$  называется неотрицательное число,  $n$ -я степень которого равна  $a$ .

Корень нечетной степени из отрицательного числа можно выразить через арифметический корень. Например,  $\sqrt[3]{-8} = -\sqrt[3]{8}$ , так как  $\sqrt[3]{-8} = -2$  и  $-\sqrt[3]{8} = -2$ .

Вообще при любом нечетном  $n$  и положительном  $a$  верно равенство  $\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}$ .

**Инструкция к выполнению заданий.**

**К №№140 и 141.**

Т.К. даны степени с одинаковыми показателями, то большей будет та степень, у которой основание больше.

Например.

1).  $2,3^7 > 2,1^7$ ; 2).  $-1,8^5 < 3,6^5$  (любое отрицательное число меньше положительного); 3).  $-0,9^6 > -1,3^6$  (из двух отрицательных чисел то больше, у которого модуль меньше); 4).  $(-4)^8 < (-6)^8$  (отрицательное число в четной степени будет положительным, поэтому получаем  $4^8 < 6^8$ ).

**К №159.**

$\sqrt[4]{81} = 3$ , т.к.  $3^4 = 81$ .

**К №160.**

$\sqrt[3]{64} = 4$ ,  $\sqrt[5]{\frac{1}{32}} = \frac{1}{2}$ ;  $\sqrt[3]{-8} = -2$ .

**3. Теория по теме «Свойства арифметического корня  $n$ -й степени»**

1).  $(\sqrt[n]{a})^n = a$ .

2).  $\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}$ . При  $n$  нечетном.

3).  $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ .

4).  $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ .

### Инструкция к выполнению заданий.

К 3).

$$3 < \sqrt[3]{50} < 4, \text{ т.к. } 3^3=27, 4^3=64; 27 < 50 < 64.$$

К 4).

а).  $(\sqrt[5]{17})^5=17$  (по свойству 1.); б).  $(-\sqrt[3]{21})^3 = -21$ ; в).  $(-\sqrt[4]{25})^4=25$ .

г).  $-\sqrt{11^4} = -\sqrt{11^2 \cdot 11^2} = -11 \cdot 11 = -121$ ; д).  $(2\sqrt[3]{12})^3 =$

$$2^3 \cdot (\sqrt[3]{12})^3 = 8 \cdot 12 = 96.$$

**К 5). Решить уравнение.**

а).  $x^5=9$ ; б).  $x^8=13$ ; в).  $\frac{1}{3}x^7+9=0$ ;

$x=\sqrt[5]{9}$ .  $x=\pm\sqrt[8]{13}$ .  $\frac{1}{3}x^7=-9$ ;

$$x^7=-9:\frac{1}{3}; x^7 = -9 \cdot 3; x^7 = -27; x = \sqrt[7]{-27};$$

$$x = -\sqrt[7]{27}.$$

4. Теория по теме «Определение и свойства степени с рациональным показателем».

## 11. Степень с рациональным показателем

В п.9 говорилось, что выражение  $a^{\frac{1}{n}}$ , где  $a > 0$  и  $n$  — натуральное число, обозначает  $\sqrt[n]{a}$ . Теперь рассмотрим какой смысл имеет выражение  $a^{\frac{m}{n}}$ , где  $a$  — положительное число,  $\frac{m}{n}$  — дробное число.

**Определение.** Если  $a$  — положительное число,  $\frac{m}{n}$  — дробное число ( $m$  — целое,  $n$  — натуральное), то  $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ .

По определению имеем:

$$0,7^{\frac{3}{8}} = \sqrt[8]{0,7^3}, \left(\frac{1}{3}\right)^{1,3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{13}{10}} = \sqrt[10]{\left(\frac{1}{3}\right)^{13}}, 5^{-\frac{1}{6}} = 5^{\frac{-1}{6}} = \sqrt[6]{5^{-1}}.$$

Степень с основанием, равным нулю, определяется только для положительного дробного показателя:

если  $\frac{m}{n}$  — дробное положительное число ( $m$  и  $n$  — натуральные), то  $0^{\frac{m}{n}} = 0$ .

Для отрицательных оснований степень с дробным показателем не рассматривается. Такие выражения, как  $(-2)^{\frac{3}{4}}$ ,  $(-8)^{\frac{1}{3}}$ ,  $0^{-\frac{1}{2}}$ , не имеют смысла.

Известные нам свойства степени с целым показателем справедливы и для степени с любым рациональным показателем. С их доказательством вы ознакомитесь в старших классах. Перечислим эти свойства.

Для любого  $a > 0$  и любых рациональных чисел  $p$  и  $q$ :

$$a^p a^q = a^{p+q}, \quad (1)$$

$$a^p : a^q = a^{p-q}, \quad (2)$$

$$(a^p)^q = a^{pq}. \quad (3)$$

Для любых  $a > 0$  и  $b > 0$  и любого рационального числа  $p$ :

$$(ab)^p = a^p b^p, \quad (4)$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}. \quad (5)$$

### Инструкция к выполнению заданий.

**К №190.** Представьте степень с дробным показателем в виде корня

а).  $m^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{m}$ ; б).  $n^{\frac{5}{7}} = \sqrt[7]{n^5}$ ; в).  $x^{1,4} = x^{\frac{7}{5}} = \sqrt[5]{x^7}$ ; г).  $a^{-0,4} = a^{-\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{a^{-2}}$ ; д).  $c^{\frac{3}{4}} = c^{\frac{15}{4}} = \sqrt[4]{c^{15}}$ .

**К № 191.**

Представьте арифметический корень в виде степени с дробным показателем:

а).  $\sqrt[5]{9^{-2}} = 9^{-\frac{2}{5}}$ ; б).  $\sqrt[3]{\frac{5}{7}} = \left(\frac{5}{7}\right)^{\frac{1}{3}}$ ; в).  $\frac{1}{\sqrt[7]{x^6}} = \frac{1}{x^{\frac{6}{7}}} = x^{-\frac{6}{7}}$ ; г).  $\sqrt[7]{(m-n)^5} = (m-n)^{\frac{5}{7}}$ .

**К №193.** Представьте в виде степени с рациональным показателем:

а).  $x^{\frac{3}{4}} x^{\frac{1}{8}} = x^{\frac{3}{4} + \frac{1}{8}} = x^{\frac{6+1}{8}} = x^{\frac{7}{8}}$ ; б).  $a^{\frac{5}{4}} : a^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{5}{4} - \frac{1}{2}} = x^{\frac{5-2}{4}} = x^{\frac{3}{4}}$ ; в).  $(m^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{4}} = m^{\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}} = m^{\frac{1}{2}}$ .

**5. Тема «Преобразование выражений, содержащих степени с рациональным показателем».**

### Инструкция к выполнению заданий.

**К №194.**

$$\begin{aligned} \text{а). } & (a^{0,6})^{\frac{5}{6}} \cdot a^{0,4} = (a^{\frac{3}{5}})^{\frac{5}{6}} \cdot a^{0,4} = a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{0,4} = \\ & = a^{0,5} \cdot a^{0,4} = a^{0,9} \\ \text{б). } & (a^{-0,2})^{\frac{5}{6}} \cdot (a^{-\frac{5}{6}})^{-1,2} = (a^{-\frac{1}{3}})^{\frac{5}{6}} \cdot (a^{-\frac{5}{6}})^{-\frac{6}{5}} = \\ & = a^{-\frac{1}{6}} \cdot a = a^{-\frac{1}{6} + 1} = a^{\frac{5}{6}} \end{aligned}$$

К №195.

$$5^{\frac{1}{2}} \cdot 25^{\frac{3}{4}} \cdot 125^{\frac{2}{3}} = 5^{\frac{1}{2}} \cdot (5^2)^{\frac{3}{4}} \cdot (5^3)^{\frac{2}{3}} = \\ = 5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{3}{2}} \cdot 5^2 = 5^{\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + 2} = 5^4 = 625.$$

6. Решение упражнений по теме «Степенная функция. Корень n-ой степени».

К № 197.

$$a). \frac{5 + 5^{\frac{1}{2}}}{5^{\frac{1}{2}}} = \frac{(5^{\frac{1}{2}})^2 + 5^{\frac{1}{2}}}{5^{\frac{1}{2}}} = \frac{5^{\frac{1}{2}}(5^{\frac{1}{2}} + 1)}{5^{\frac{1}{2}}} = 5^{\frac{1}{2}} + 1;$$

$$b). \frac{a - b}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} = \frac{(a^{\frac{1}{2}})^2 - (b^{\frac{1}{2}})^2}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} = \frac{(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} = \\ = a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}};$$

$$b). \frac{m^{\frac{1}{2}} - 4}{m - 16} = \frac{m^{\frac{1}{2}} - 4}{(m^{\frac{1}{2}})^2 - 4^2} = \frac{m^{\frac{1}{2}} - 4}{(m^{\frac{1}{2}} - 4)(m^{\frac{1}{2}} + 4)} = \\ = \frac{1}{m^{\frac{1}{2}} + 4}.$$