

## **Инструкция по выполнению заданий с 08.10-23.10!!!**

**Студенты 11 и 12 групп, если вы забрали с собой тетради для лекций и контрольных работ, пишите лекции и контрольные в них, те кто не забрал, заведите тетради по математике и в одной тетради пишите и лекции и контрольные работы!!!**

**Лекции вы должны внимательно прочитать и конспектировать, основные понятия и формулы должны быть в полном объёме!!! Выберите один вариант самостоятельных и контрольных работ и выполняйте!!!**

**По приезду в училище вы привезёте мне тетради и я выставлю вам оценки. Дату мы обговорим с вашим классным руководителем. Не тяните время, сразу приступайте, до 20.10 чтобы всё было готово!!!**

Дисциплина: Математика

Урок № 17-18

Преподаватель Арсланова А.С.

Дата: 25.09-29.09

Группа : 11,12

**Тема урока : Основное логарифмическое тождество. Свойства логарифмов.**

Тип урока : урок открытия нового знания

Вид урока : уроки смешанного типа

Методы обучения : репродуктивный метод

Цель урока :

- Образовательная: *изучить основное логарифмическое тождество, основные свойства логарифмов ; сформировать умения и навыки применения свойств логарифмов к решению упражнений содержащих логарифмы.*
- Развивающая: *развивать культуру математической записи, память.*
- Воспитательная: *воспитывать трудолюбие, настойчивость.*

МПС

ТСО и наглядные пособия :таблица, доска, учебник, раздаточный материал

## Ход урока

1. Организационный момент.
2. Актуализация опорных знаний:

Фронтальный опрос

1. Сформулируйте определение логарифма.
2. При каких значениях  $x$  имеет смысл выражение:  
а)  $\log_3 x$  ; б)  $\log_{5x} 5x$  ; в)  $\log_x 3$  ; г)  $\lg(x + 3)$  ?
3. Найдите: а)  $\log_3 27$  ; б)  $\log_3 81$  ; в)  $\log_5 1/5$ ; г)  $\log_4 1$ .
4. Какой логарифм называют десятичным; натуральным.

### 3.Формирование новых понятий и способов действий:

Эти имена записаны в книгу рекордов Гиннесса: немец Хорст Геппер(удар теннисиста был таков, что мячик летел со скоростью 320 км/ч); китаец Ян Генхуа(в первом забеге вокруг Китайской стены , который длился 80 дней, преодолел 2400 км ,ежедневно пробегая 30 км); американец Рокки Марчиано(из 49 проведенных поединков боксер не проиграл ни одного). Хотите добиться успеха? Тренируйтесь неустанно! Сегодня вам понадобятся терпение и настойчивость, чтобы «быть на ты» с логарифмами.

Из определения  $\log_a b$  следует,  $a^{\log_a b} = b$  ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $b > 0$  .

Это равенство называют основным тригонометрическим тождеством. Например,  $3^{\log_3 7} = 7$  ;  $0,3^{\log_{0,3} 2} = 2$  .Из определения логарифма легко получить еще одно тождество, которое впоследствии будем применять для записи чисел в виде логарифма по некоторому основанию:  $\log_a a^x = x$

Например, запишем числа 5 и 3 в виде логарифмов по основанию 2. Получим:  $5 = \log_2 2^5$  ;  $3 = \log_2 2^3$  ,т.е.  $5 = \log_2 32$ ;  $3 = \log_2 8$  .

Основные свойства логарифмов вытекают из свойств показательной функции.

### Основные свойства логарифмов

При  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  для любых положительных  $x$  и  $y$  справедливы равенства:

1.  $\log_a 1 = 0$  ;
2.  $\log_a a = 1$  ;
3.  $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$  ;
4.  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$  ;
5.  $\log_a x^p = p \log_a x$  ;
6.  $\log_{a^k} x = \frac{1}{k} \log_a x$  ( $k \neq 0$ ) ;
- 7)  $\log_{a^k} x^p = \frac{p}{k} \log_a x$  ;
- 8)  $\log_a x = \frac{1}{\log_x a}$  .

#### 4. Формирование навыков умственного труда:

Коллективное выполнение заданий под руководством учителя.

1. Найдите значение выражения:

а)  $25^{\log_5 3}$  ; б)  $10^{\lg 0,5}$  ; в)  $\log_2 5 + \log_2 \frac{8}{5}$  ; г)  $\log_5 8 - \log_5 2 + \log_5 \frac{25}{4}$  ;

д)  $10^{\lg 2 + \lg 3}$  ; е)  $\log_{81} 3$  ; ж)  $\log_5 \sqrt{5}$  ; з)  $7^{2 \log_{49} 2}$  .

2. Найдите  $x$  , если: а)  $\log_x 9 = 2$  ; б)  $\log_x 5 = 1$  ; в)  $\log_x \frac{1}{125} = 3$

2. Вычислите: с.150, №5.4(а,г,ж,в,е,и); №5.8(а,д,и,в,ж,л), сколько успеем.

#### 5. Итог урока

Коментарий ответов.

Д/З: С.148-152 знать свойства, определение логарифма; основные логарифмические тождества ; Выполнить: С.150. №5.4( б, д, з ); №5.8(б,е,к,г,з,м)

Дисциплина: Математика

Урок № 19-20

Преподаватель Арсланова А.С.

Дата: 02.10

Группа : 11,12

Тема урока : **Правила действий с логарифмами.**

Тип урока : урок открытия нового знания

Вид урока : уроки смешанного типа

Методы обучения : репродуктивный метод

Цель урока :

- Образовательная: *сформировать умения и навыки применения свойств логарифмов к решению упражнений содержащих логарифмы; познакомить с правилами действий с логарифмами.*
- Развивающая: *развивать память, познавательный интерес к окружающей жизни.*
- Воспитательная: *воспитывать самостоятельность, уверенность при принятии решений.*

МПС

ТСО и наглядные пособия :таблица, доска, учебник, раздаточный материал

**Ход урока**

**3. Организационный момент.**

**4. Актуализация опорных знаний:**

**Самостоятельная работа**

Вариант 1

Вариант 2

Отметьте правильный на ваш взгляд, ответ.

1. Найдите значение выражения:

$$2.5^{\log_{2.5} 8} - 3$$

$$7,2^{\log_{7,2} 6} + 4$$

А) -0.5 Б) 5 В) -2 Г) 11  
Г) 11,2

А) 6 Б) 2 В) 10

2. Упростите выражение:

$$\log_3 13.5 + \log_3 2$$

$$\log_2 48 - \log_2 3$$

А) 3 Б) 15,5 В)  $\log_3 15,5$  Г) 11,5  
Г) 4

А) 45 Б)  $\log_2 45$  В) 3

3. Вычислите значение выражения:

$$\log_{\frac{1}{5}} \sqrt{5}$$

$$\log_{\sqrt{3}} \frac{1}{3}$$

А)-2 Б)2 В)0,5 Г)-0,5  
0,5

А)2 Б)-2 В)0,5 Г)-

Учащиеся осуществляют самооценку по записям, подготовленным на откидной доске, затем обсуждают ответы, ссылаясь на соответствующие свойства логарифмов. Каждое правильное выполненное задание оценивается в 3 балла.

### 3.Формирование новых понятий и способов действий:

Однажды царь решил выбрать из своих придворных первого помощника. Он подвёл всех к огромному замку. «Кто первым откроет, тот и будет первым помощником». Никто даже не притронулся к замку. Лишь один визирь подошёл и толкнул замок, который открылся. Он не был закрыт на ключ.

Тогда царь сказал: «Ты получишь эту должность, потому что полагаешься не только на то, что видишь и слышишь, а надеешься на собственные силы и не боишься сделать попытку». И мы сегодня будем пытаться, пробовать, чтобы прийти к правильному решению

Дополнительный материал

Действие нахождения логарифма числа (выражения) называется *логарифмированием*.

Пример 1. Прологарифмировать по основанию 3 ( $a > 0; b > 0$ ) выражение  $27a^4 \sqrt[3]{b}$ .

*Потенцирование* – нахождение числа (выражения) по его логарифму.

Пример 2. Найти  $x$ , если  $\lg x = 5 \lg m + \frac{2}{3} \lg n - \frac{1}{4} \lg p$

### 4.Формирование навыков умственного труда:

Коллективное выполнение заданий под руководством учителя.

1. Найдите значение выражения:

а)  $2 \log_7 32 - \log_7 256 - 2 \log_7 14$ ; б)  $\log_4 \frac{1}{4} - 2 \log_4 \frac{2}{3} + \log_4 \frac{4}{9}$ ;

в)  $\log_2 12 + \log_2 \frac{5}{3} + \log_2 \frac{4}{5}$ ; г)  $\log_2 \cdot \log_5 \sqrt[8]{5}$ ; д)  $\log_3^2 \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{125}$ ;

е)  $\frac{\log_2^2 14 + \log_2 14 \cdot \log_2 7 - 2 \log_2^2 7}{\log_2 14 + 2 \log_2 7}$ .

2. Докажите, что для  $b > 0, a > 0, a \neq 1$  и любого  $\gamma (\gamma \neq 0)$

$$\log_a b = \log_{a^y} b^y .$$

Пользуясь указанным свойством , вычислите:

а)  $\log_{5^2} 125^2$  ;   б)  $\log_{4^2} 16^2$    в)  $\log_{25^2} 125^2$  ;

г)  $\log_{7^3} 49^3$  ;   д)  $\log_4 8^2$  ;   е)  $\log_{25} 125^2$  ;

ж)  $\log_{100} 10^{2\pi}$  ;   з)  $\log_4 2^e$  ;   и)  $\log_{\sqrt{3}} 9^\pi$  .

3. Вычислите:

а)  $\frac{\log_2 3 \cdot \log_3 4}{\log_2 4} \cdot \log_5 25$  ;   б)  $\log_2 3 \cdot \log_3 2 \cdot 7^{2 \log_7 3}$

4. Найдите значение числового выражения:

$$\log_3 27 - \log_{\sqrt{3}} 27 - \log_{\frac{1}{3}} 27 - \log_{\frac{\sqrt{3}}{2}} \left( \frac{64}{27} \right)$$

## 5. Итог урока

Комментарий ответов

Д/З: п.5. знать свойства логарифмов; решить: №5.15; №5.16(б,в,д)  
№5.19(в)

Дисциплина: Математика

Урок № 21-22

Преподаватель Арсланова А.С.

Дата: 06.10

Группа : 11,12

Тема урока : **Переход к новому основанию.**

Тип урока : урок открытия нового знания

Вид урока : уроки смешанного типа

Методы обучения : репродуктивный метод

Цель урока :

- Образовательная: познакомить с формулой перехода к новому основанию логарифма; формировать умение осуществлять переход от одного логарифма к другому с новым основанием; организовать деятельность учащихся по обобщению знаний о понятии логарифма, его свойствах;
- Развивающая: создать условия для развития мыслительных операций посредством наблюдений, сравнений, сопоставлений, обобщений, конкретизации, умения строить логическое рассуждение, включающее установление причинно-следственных связей
- Воспитательная: воспитывать самостоятельность контроля своего времени, осуществлять взаимоконтроль, аргументировать свою точку зрения, вести диалог на основе равноправных отношений и взаимного уважения

МПС

ТСО и наглядные пособия :таблица, доска, учебник, раздаточный материал

**Ход урока**

**5. Организационный момент.**

**6. Актуализация опорных знаний:**

Работа в парах

Учащиеся работая в парах, проверяют друг у друга знание основных свойств логарифмов, основного логарифмического тождества. Затем по записям, заранее подготовленным учителем, проверяют правильность выполнения домашнего задания.

Самостоятельная работа

Вариант 1

Вариант 2

Отметьте правильный на ваш взгляд, ответ.

1. Найдите значение выражения:

$$5^{\log_5 7} - 2$$

$$7^{\log_7 3} + 7$$

А) -0.5 Б) 5 В) -2 Г) 11

А) 6 Б) 2 В) 10

Г)11,2

2. Упростите выражение:

$$\log_3 10,5 + \log_3 2$$

$$\log_2 52 - \log_2 2$$

А)3 Б)21 В) $\log_3 21$  Г)11,5      А)26 Б) $\log_2 26$  В)3 Г)4

3.Вычислите значение выражения:

$$\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{3}$$

$$\log_{\sqrt{5}} \frac{1}{5}$$

А)-2 Б)2 В)0,5 Г)-0,5

А)2 Б)-2 В)0,5 Г)-0,5

Учащиеся осуществляют самооценку по записям, подготовленным на откидной доске, затем обсуждают ответы, ссылаясь на соответствующие свойства логарифмов. Каждое правильное выполненное задание оценивается в 3 балла.

### 3.Формирование новых понятий и способов действий:

Решая логарифмические выражения у нас встречались логарифмы, основания которых либо были одинаковыми, либо приводились к одинаковому путем простейших преобразований. А как же быть, если в

упражнениях присутствуют логарифмы, основания которых нельзя путем простейших преобразований привести к одинаковому числу?

Например, можно ли как-нибудь преобразовать :  $\log_2 x$  ,  $\log_3 x$  ?

И если да, то какое основание будет у такого логарифма и какой будет под логарифмическая функция?

Для решения такого рода заданий используется следующая теорема:

#### Теорема:

Для положительных чисел  $a, b, M$  таких что  $a \neq 1$  ,  $b \neq 1$  , справедливо также

следующее равенство:

$$\boxed{\log_a M = \frac{\log_b M}{\log_b a}} \quad (1)$$

Это равенство называют формулой перехода логарифмов от одного основания к другому.

Например ,  $\frac{\log_3 25}{\log_3 5} = \log_5 25 = 2$  .

Заменив в равенстве (1) число  $M$  на  $b$  ( $b \neq 1$ ) и учитывая, что



$\log_b b = 1$ , получим равенство :

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}.$$

Например: а)  $\log_3 6 - \frac{1}{\log_2 3} = \log_3 6 - \log_3 2 = \log_3 \frac{6}{2} = \log_3 3 = 1$ .

б)  $5^{1/\log_4 5} = 5^{\log_5 4} = 4$

#### 4.Формирование навыков умственного труда:

Коллективное выполнение заданий под руководством учителя.

1. Выразите через логарифмы по основанию 2 и упростите:

а)  $\log_3 5$  ; б)  $\log_4 8$  ; в)  $\log_5 9$  ; г)  $\log_{16} 32$  ; д)  $\log_4 2$  ;

е)  $\log_8 2$  ; ж)  $\log_{\frac{1}{2}} 2$  ; з)  $\log_{16} 2$  ; и)  $\log_{\frac{1}{4}} 2$  ; к)  $\log_{\frac{1}{8}} 2$  ;

л)  $\log_{\frac{1}{16}} 2$  ; м)  $\log_{\frac{1}{32}} 2$

2. Вычислите : а)  $2^{1/\log_5 2}$  ; б)  $3^{1/\log_5 3}$  ; в)  $7^{1/\log_2 7}$  ;

г)  $10^{1/\log_2 10}$  ; д)  $5^{1/\log_7 5}$  ; е)  $6^{1/\log_2 6}$

Самостоятельная работа

Вариант 1

Вариант 2

1. Найдите значение выражения:

а)  $8^{1-\log_2 3}$  ;

а)  $25^{1-\log_5 3}$  ;

б)  $3^{2/\log_5 3}$  ;

б)  $2^{3/\log_3 2}$  ;

в)  $\log_{12} 18 + \log_{12} 8$  ;

в)  $\log_{15} 45 + \log_{15} 5$

;

г)  $\log_{\frac{1}{5}} \cdot \log_3 243$  ;

г)  $\log_{49} \cdot \log_2 128$  ;

д)  $\log_2 \sqrt[3]{2^4 \sqrt{2}}$  ;

д)  $\log_3 \sqrt[4]{3^2 \sqrt[3]{3}}$  ;

е)  $\log_2 3 \log_3 5 \log_5 16$  .

е)

$\log_3 4 \log_4 5 \log_5 27$ .

Самостоятельная работа имеет контролирующий характер и проверяется учителем.

## 5. **Итог урока:** Комментарий ответов

Д/З: п.5. знать: определение, свойства логарифмов; решить:  
№5.22(а, и, к, л, м) ; №5.23(г, д, е); №5.24(б)

Дисциплина: Математика

Урок № 23-24

Преподаватель Арсланова А.С.

Дата: 09.10

Группа : 11,12

Тема урока: ***Преобразование алгебраических выражений.***

Тип урока : урок рефлексии

Вид урока : комбинированный урок

Методы обучения : частично-поисковый метод

Цель урока :

- Образовательная: Систематизировать и обобщить знания, умения и навыки, связанные с применением методов преобразования логарифмических выражений
- Развивающая: Способствовать развитию умений применять полученные в процессе обучения знания на практике
- Воспитывающая: Способствовать формированию навыков и потребностей умственного труда

МПС

ТСО и наглядные пособия : таблица, доска, учебник, раздаточный материал

**Ход урока**

**1. Организационный момент.**

**2. Актуализация опорных знаний:**

Учитель: - На предыдущих занятиях мы изучали тему: Логарифм. Основное логарифмическое тождество, свойства логарифмов. Пользовались определением и свойствами логарифмов при решении упражнений. Очевидно, что для того чтобы уметь их решать нам,

несомненно, потребуются определенные базовые знания. Расскажите, какие?

1. Дайте определение логарифма.
2. Основное логарифмическое тождество.
3. Перечислите свойства логарифмов.

По предварительно подготовленным записям на доске,  
по цепочке завершите формулы:

При  $a > 0, a \neq 1$  для любых положительных  $x$  и  $y$  справедливы равенства:

- |                           |                       |
|---------------------------|-----------------------|
| 1. $\log_a 1 =$           | 7) $\log_{a^k} x^p =$ |
| 2. $\log_a a =$           | 8) $\log_a x =$       |
| 3. $\log_a xy =$          |                       |
| 4. $\log_a \frac{x}{y} =$ |                       |
| 5. $\log_a x^p =$         |                       |
| 6. $\log_{a^k} x =$       |                       |

4. Запишите формулы перехода к новому основанию.

$$\log_a b =$$

$$\log_a b =$$

5. Вычислите:

$$\log_2 8 =$$

$$\log_5 125 =$$

$$\text{Lg } 100 =$$

$$\log_4 64 =$$

$$\log_3 \frac{1}{27} =$$

$$\log_{0,5} 32 =$$

$$\log_5 5 =$$

$$\log_7 1 =$$

$$\log_2 \sqrt{2} =$$

$$\text{lg } 0,01 =$$

$$\log_3 81 =$$

$$2^{\log_2 5} =$$

$$10^{\text{lg } 15} =$$

### 3. Формирование навыков умственного труда:

#### Выполнение учащимися самостоятельной работы.

Учитель: - А сейчас каждому из вас предстоит проверить, насколько вы умеете применять полученные знания на практике, впереди

самостоятельная работа по теме: преобразование логарифмических выражений.

Учитель раздает карточки с заданиями самостоятельной работы  
Учащиеся выполняют обучающую самостоятельную работу.

### ВАРИАНТ 1

### ВАРИАНТ 2

Найдите значение:

1)  $\frac{\log_7 13}{\log_{49} 13}$

1)  $\frac{\log_6 \sqrt{13}}{\log_6 13}$

2)  $\log_3 8,1 + \log_3 10$

2)  $\log_5 60 - \log_5 4$

3)  $7 \cdot 5^{\log_5 4}$

3)  $64^{\log_8 \sqrt{3}}$

4)  $\log_4 \cdot \log_5 25$

4)  $\log_5 9 \cdot \log_3 2$

5)  $6 \cdot \log_7 \sqrt[3]{7}$

5)  $\log_{\frac{1}{13}} \sqrt{13}$

6)  $5^{\log_{25} 49}$

6)  $8^{2 \log_8 3}$

7)  $\frac{24}{3^{\log_3 2}}$

7)  $\frac{36}{7^{\log_7 9}}$

8)  $36^{\log_6 5}$

8)  $81^{\log_3 2}$

9)  $\log_4 8$

9)  $\log_9 27$

10)  $\log_{\sqrt[6]{13}} 13$

10)  $\log_{\sqrt[7]{17}} 17$

11)  $\log_{0,25} 2$

11)  $\log_{0,5} 4$

12)  $\frac{\log_3 25}{\log_3 5}$

12)  $\frac{\log_7 81}{\log_7 27}$

13)  $\frac{\log_3 5}{\log_3 7} + \log_7 0,2$

13)  $\frac{\log_5 9}{\log_5 3} + \log_3 0,4$

14)  $\log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25$

14)  $\log_{1,5} 2 \cdot \log_2 \frac{2}{3}$

Проверочная работа включает в себя задания обязательного уровня -5 заданий, и задания с элементами повышенного уровня – 6 заданий, 3 задания повышенного уровня. Каждое задание оценивается в 1 балл.

Рекомендации по оцениванию и проведению проверочной работы:

а) На оценку «3» учащиеся выполняют задания обязательного уровня

и необходимо верно выполнить 4-8 заданий.

б) На оценку «4» учащиеся выполняют задания обязательного и с элементами повышенного уровней, необходимо выполнить верно 9-12 заданий.

в) На оценку «5» учащиеся выполняют задания № 1-14

Критерий оценивания

0-3 баллов	4-8 баллов	9-12 баллов	13-14 баллов
2	3	4	5

Дисциплина: Математика

Урок № 25-26

Преподаватель Арсланова А.С.

Дата:13.10

Группа : 11,12

Тема урока: *Преобразование логарифмических выражений.  
Решение упражнений .*

Тип урока : урок рефлексии

Вид урока : комбинированный урок

Методы обучения : частично-поисковый метод

Цель урока :

- Образовательная: Систематизировать и обобщить знания, умения и навыки, связанные с применением методов преобразования логарифмических выражений
- Развивающая: Способствовать развитию умений применять полученные в процессе обучения знания на практике
- Воспитывающая: Способствовать формированию навыков и потребностей умственного труда

МПС

ТСО и наглядные пособия :таблица, доска, учебник, раздаточный материал

**Ход урока**

**1.Организационный момент.**

## **2.Актуализация опорных знаний:**

Учащиеся проверяют выполнение домашнего задания по записям, подготовленным на доске, в ходе проверки учащиеся комментируют решения, ссылаясь на свойства логарифмов.

## **3.Формулирование темы, целей и задач урока.**

### **Усовершенствование умений и навыков.**

Мы подошли к завершению изучения темы: «Корни , степени и логарифмы», сегодня мы обобщим и еще раз повторим ,какие основные свойства помогали нам преобразовывать выражения и находить их значения

Постарайтесь на этом уроке устранить пробелы в знаниях, чтобы к написанию контрольной работы по данной теме чувствовать себя уверенно.

Весь класс разделим на две команды. Первая отвечает на вопросы под нечетными номерами, а вторая – под четными

1. Дайте определение корня  $n$ -ой степени из числа. Арифметического корня  $n$ -ой степени из числа.
2. Степени с рациональным показателем и их свойства.
3. Степени с действительным показателем и их свойства.
4. Что называют логарифмом
5. Что называют логарифмированием?
6. Чему равен логарифм единицы по основанию 3? Почему?
7. Чему равен логарифм 5 по основанию 5? Почему?
8. Чему равен логарифм произведения?
9. Чему равен логарифм частного?
- 10.Чему равен логарифм степени?
- 11.Назовите формулу перехода от логарифма по одному основанию к логарифму по другому основанию.
- 12.Какой логарифм называют натуральным?
- 13.Какой логарифм называют десятичным?
- 14.Чему равно число  $e$ ?

Коллективное выполнение заданий под руководством учителя.

1. Найдите значение выражения:

а)  $2 \log_7 32 - \log_7 256 - 2 \log_7 14$ ; б)  $\log_4 \frac{1}{4} - 2 \log_4 \frac{2}{3} + \log_4 \frac{4}{9}$ ;

в)  $\log_2 12 + \log_2 \frac{5}{3} + \log_2 \frac{4}{5}$ ; г)  $\log_2 \cdot \log_5 \sqrt[8]{5}$ ; д)  $\log_3^2 \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{125}$ ;

е)  $\frac{\log_2^2 14 + \log_2 14 \cdot \log_2 7 - 2 \log_2^2 7}{\log_2 14 + 2 \log_2 7}$ .

2. Докажите, что для  $b > 0$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  и любого  $\gamma$  ( $\gamma \neq 0$ )

$$\log_a b = \log_{a^\gamma} b^\gamma.$$

Пользуясь указанным свойством, вычислите:

а)  $\log_{5^2} 125^2$ ; б)  $\log_{4^2} 16^2$  в)  $\log_{25^2} 125^2$ ;

г)  $\log_{7^3} 49^3$ ; д)  $\log_4 8^2$ ; е)  $\log_{25} 125^2$ ;

ж)  $\log_{100} 10^{2\pi}$ ; з)  $\log_4 2^e$ ; и)  $\log_{\sqrt{3}} 9^\pi$ .

3. Вычислите:

а)  $\frac{\log_2 3 \cdot \log_3 4}{\log_2 4} \cdot \log_5 25$ ; б)  $\log_2 3 \cdot \log_3 2 \cdot 7^{2 \log_7 3}$

4. Найдите значение числового выражения:

$$\log_3 27 - \log_{\sqrt{3}} 27 - \log_{\frac{1}{3}} 27 - \log_{\frac{\sqrt{3}}{2}} \left( \frac{64}{27} \right)$$

**Итог урока:** Комментарий ответов.

Преподаватель \_\_\_\_\_

Дисциплина: Математика

Урок № 27

Преподаватель Арсланова А.С.

Дата: 16.10

Группа: 11,12

Тема урока : **Контрольная работа № 1 .**

Тип урока : урок развивающего контроля

Вид урока : письменная работа

Методы обучения : исследовательский метод

- Цели урока :
- Образовательные: выявить качество и уровень овладения знаниями и умениями, полученными на предыдущих уроках по теме: «Корни , степени и логарифмы»; обобщить материал как систему знаний.
- Развивающие: воспитывать общую культуру, эстетическое восприятие окружающего; создать условия для реальной самооценки учащихся, реализации его как личности.
- Воспитательные: развивать пространственное мышление, умение классифицировать, выявлять связи, формулировать выводы

МПС

ТСО и наглядные пособия :, раздаточный материал

### Ход урока

1. Организационный момент.

2. Учащиеся сдают тетради с домашним заданием на проверку.

3. Учитель настраивает учащихся на написание контрольной работы, обращает их внимание на необходимость предоставления полного решения заданий .

3. Контроль знаний, умений и навыков: На этом этапе урока можно выполнить контрольную работу

### Контрольная работа № 1: «Корни, степени, логарифмы».

Вариант 1

1. Вычислите: а)  $5^{1-\sqrt{3}} \cdot 5^{1+\sqrt{3}}$  ; б)  $16^{0,25+\sqrt{2}} \div 16^{\sqrt{2}}$  ; в)  $(6^{\sqrt{3}})^{\sqrt{3}}$  ; г)  $125^{1,5} \cdot 25^{-3/4}$  ; д)  $2^{1,25} \cdot 16^{1/16}$  ;

2. Сравните : а)  $(\frac{1}{3})^3$  и  $(\frac{1}{3})^{-3}$  ; б)  $3^2$  и  $3^{-2}$

3. Упростите выражение : а)  $(x^{\sqrt{3}})^3 \div x^{3\sqrt{3}+1}$  ; б)  $(2+b^{\sqrt{3}})^2 - 4 \cdot b^{\sqrt{3}}$  ; в)  $\log_3 13,5 + \log_3 2$  ; г)  $\log_2 48 - \log_2 3$



4. Найдите значения выражения: а)  $8^{1-\log_2 3}$  ; б)  $\log_{12} 18 + \log_{12} 8$  ; в)  $\log_{\frac{1}{5}} \cdot \log_3 243$  ; г)  $\log_2 \sqrt[3]{2^4 \sqrt{2}}$  ; д)  $\log_2 3 \log_3 5 \log_5 16$  .

5. Вычислите : а)  $\frac{\log_6 125}{\log_6 25}$  ; б)  $\frac{\log_5 216}{\log_5 36}$  .

6. Вычислите :  $\log_4 100 + \log_2 12 - 2 \log_2 \sqrt{30} + 3^{\log_3 4}$

Вариант 2

1. Вычислите: а)  $5^{1-\sqrt{3}} \cdot 5^{1+\sqrt{3}}$  ; б)  $16^{0,25+\sqrt{2}} \div 16^{\sqrt{2}}$  ; в)  $(6^{\sqrt{3}})^{\sqrt{3}}$  ; г)  $125^{1,5} \cdot 25^{-3/4}$  ; д)  $2^{1,25} \cdot 16^{1/16}$  ;

2. Сравните : а)  $(\frac{1}{3})^3$  и  $(\frac{1}{3})^{-3}$  б)  $3^2$  и  $3^{-2}$

3. Упростите выражение :

а)  $(x^{\sqrt{3}})^3 \div x^{3\sqrt{3}+1}$  ; б)  $(2+b^{\sqrt{3}})^2 - 4 \cdot b^{\sqrt{3}}$  в)  $\log_3 13,5 + \log_3 2$

г)  $\log_2 48 - \log_2 3$

4. Найдите значения выражения:

а)  $8^{1-\log_2 3}$  ; б)  $\log_{12} 18 + \log_{12} 8$  ; в)  $\log_{\frac{1}{5}} \cdot \log_3 243$  ;

г)  $\log_2 \sqrt[3]{2^4 \sqrt{2}}$  ; д)  $\log_2 3 \log_3 5 \log_5 16$  .

5. Вычислите : а)  $\frac{\log_6 125}{\log_6 25}$  ; б)  $\frac{\log_5 216}{\log_5 36}$  .

6. Вычислите :  $\log_4 100 + \log_2 12 - 2 \log_2 \sqrt{30} + 3^{\log_3 4}$

Проверочная работа включает в себя задания обязательного уровня -3 заданий, и задания с элементами повышенного уровня -3 Каждое задание оценивается в 1 балл.

Рекомендации по оцениванию и проведению проверочной работы:

а) На оценку «3» учащиеся выполняют задания обязательного уровня и необходимо верно выполнить 3 задания.

б) На оценку «4» учащиеся выполняют задания обязательного и с элементами повышенного уровней, необходимо выполнить верно 1-5 задания.

в) На оценку «5» учащиеся выполняют задания № 1-6

## Критерий оценивания

0-2 баллов	3-4 баллов	5 баллов	6 баллов
2	3	4	5

Дисциплина: Математика

Урок № 28

Преподаватель Арсланова А.С.

Дата: 16.10

Группа : 11,12

Тема урока **Взаимное расположение двух прямых в пространстве.**

Тип урока : урок открытия нового знания

Вид урока : уроки смешанного типа

Методы обучения : репродуктивный метод

**Цель урока:** Научиться определять различные случаи взаимного расположения прямых на моделях пространственных тел и в окружающем мире.

- **обучающие:** повторить аксиомы планиметрии; изучить аксиомы стереометрии; ознакомить учащихся с содержанием курса стереометрии; сформировать у учащихся представление о стереометрии как о разделе геометрии, изучающем свойства фигур в пространстве; сформулировать основные аксиомы стереометрии; ввести определения параллельных и скрещивающихся прямых в пространстве; формировать навык чтения и построения чертежей; применять, полученные теоретические знания при решении задач;
- **развивающие:** развивать пространственное воображение обучающихся, умение переносить пространственные ситуации на плоскость, интерес к предмету, математическую речь, память, внимание, развивать умение работать с текстом;

- **воспитательные:** воспитывать у обучающихся культуру математической речи, аккуратности в построении чертежа, формировать эмоциональную культуру и культуру общения.

МПС

ТСО и наглядные пособия :таблица, доска, учебник, раздаточный материал

**Ход урока:**

### **1. Организационный момент.**

Взаимоприветствие обучающихся и преподавателя, проверка посещаемости и готовности к уроку.

### **Вступительное слово учителя**

Изучение школьного курса геометрии мы с вами начали с 7 класса, но первые представления о геометрических фигурах вы получали еще с 5 класса на уроках наглядной геометрии.

Вопрос к учащимся: что такое геометрия? (Геометрия – наука о свойствах геометрических фигур). До 9 класс мы изучали с вами первый раздел геометрии – планиметрию, познакомились с основными геометрическими фигурами и их свойствами, но все эти фигуры располагались на плоскости. В конце 9-го класса были рассмотрены пространственные фигуры: конус, пирамида, цилиндр и многогранники, тем самым получили наглядные представления о пространстве, простейших геометрических фигурах.

В курсе математики 5 класса вы учились строить изображения параллелепипеда, пирамиды.

Вопрос к учащимся: что такое планиметрия? (Изучает свойства фигур на плоскости). Сегодня мы приступаем к изучению нового раздела геометрии – стереометрии, которая изучает свойства фигур в пространстве.

Именно она формирует необходимые пространственные представления, знакомит с разнообразием пространственных форм, позволяет правильно ориентироваться в окружающем нас мире. В стереометрии изучаются красивые математические объекты. Их формы находят широкое применение в искусстве, архитектуре, строительстве.

Геометрия: Планиметрия( изучает свойства фигур на плоскости) и Стереометрия (изучает свойства фигур в пространстве).

В знаменитом сочинении Евклида «Начала» (III в. до н.э.) были систематизированы основные известные в то время геометрические сведения. Главное же – в «Началах» был развит аксиоматический подход к построению геометрии, который состоит в том, что сначала формулируются

основные положения, не требующие доказательства (аксиомы), а затем на их основе посредством рассуждений доказываются другие утверждения (теоремы). Многие из аксиом, предложенных Евклидом, и сейчас используются в курсах геометрии.

Само слово «аксиома» происходит от греческого «аксиос», что означает «ценный, достойный». Некоторые из этих аксиом мы уже рассматривали.

В планиметрии основными фигурами были точки и прямые. Рассматривая геометрию как математическую систему, начнем с определений исходных объектов. Как правило, эти определения весьма туманны. Многие ученые давали их определение, но впоследствии их стали принимать как неопределяемые.

Слово «точка» в русском языке означало конец заточенного гусиного пера, которым раньше писали.

«Точка—это то, что не имеет частей». Помогает ли оно понять, что же такое точка? «Линия — это длина без ширины».

Из определения «Точка есть то, что не имеет частей» следует, что точка является отрезком прямой, длина которого равна его ширине. Следовательно, точка является частью прямой или частным случаем отображения прямой и, в то же время, длина ее и ширина не равны нулю, так как в этом случае точка не существовала бы;

Из определения «Прямая есть такая линия, которая одинаково расположена ко всем точкам» из предыдущего определения следует, что прямая линия — это плоскость, ширина которой равна ширине точки.

Следовательно, прямая линия - часть плоскости или частный случай отображения плоскости;

В стереометрии наряду с точкой и прямой рассматривается еще одна основная фигура - **плоскость**. Представление о плоскости дает гладкая поверхность стола или стены. Плоскость как геометрическую фигуру следует представлять себе простирающейся неограниченно во все стороны.

Определение плоскости Евклида еще более сложно для осмысления, чем определение прямой. На сегодняшний день существуют сотни определений плоскости, но ни одно из них, на мой взгляд, не передает кратко и точно суть плоскости. Между тем люди с древнейших времен окружены плоскостями и постоянно стремятся плоскости создавать. Сейчас мы живем в домах, которые представляют собой набор плоскостей, пользуемся мебелью, в которой плоские поверхности преобладают. Из определения «Плоскость есть поверхность, которая одинаково расположена ко всем прямым на ней лежащим» следует, что плоскость может состоять из точек, прямых линий или других плоскостей совпадающих с данной.

Объяснить, как можно построить плоскость.

Ввести обозначение плоскости:  $\alpha$ , с помощью малых букв греческого алфавита и изображается в виде параллелограмма или замкнутой кривой линии. Учащиеся воспроизводят этот теоретический материал в тетрадь.

Представление плоскости дает гладкая поверхность стены, стола. Плоскость как геометрическую фигуру следует представлять себе простирающейся неограниченно во все стороны.

Наряду с точкой, прямой и плоскостью в стереометрии изучают и геометрические фигуры. При изучении пространственных фигур, в частности геометрических тел, пользуются их плоскими изображениями на чертеже. Изображением пространственной фигуры служит ее проекция на ту или иную плоскость. Одна и та же фигура допускает различные изображения. Здесь нужно показать модели и привести примеры из окружающей действительности.

Как в планиметрии мы будем строить рисунки к теоремам, задачам и будем использовать основные фигуры в пространстве.

Вопрос к учащимся: какие аксиомы планиметрии вы знаете? (Учащиеся называют, например, такую: «Через любые две точки можно провести прямую, и притом только одну»).

Далее учитель сообщает, что основные свойства точек, прямых и плоскостей, касающиеся их взаимного расположения, выражены в аксиомах.

### **3.Формирование новых понятий и способов действий:**

Аксиома А1: «Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна». Учащиеся воспроизводят этот теоретический материал в тетрадь.

Важно отметить, что если взять не 3, а 4 произвольные точки, то через них может не проходить ни одна плоскость, то есть 4 точки могут не лежать в одной плоскости.

Всем знакома ситуация: если ножки стула не одинаковые по длине, то стул стоит на трех ножках, т.е. опирается на три «точки», а конец четвертой ножки (четвертая «точка») не лежит в плоскости пола, а висит в воздухе.

Этот пример служит наглядным подтверждением того факта, что через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.

Привести примеры многогранников из жизни. Стереометрия широко используется во многих областях науки и техники. Каких?

Далее иллюстрация к аксиоме A1.

## Аксиомы стереометрии

**A<sub>1</sub>**. Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит единственная плоскость.



Заметим, что т.к. согласно A1 через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна, то отсюда вытекает ещё один способ обозначения плоскости, принятый во всём мире – по именам любых трёх точек, лежащих в данной плоскости и не лежащих на одной прямой. Значит, данную плоскость можно обозначить (ABC), причем плоскость принято обозначать в скобках. Учащиеся воспроизводят этот теоретический материал в тетрадь.

Аксиома A2: «Если две точки прямой принадлежат плоскости, то и все точки прямой принадлежат этой плоскости».

Учащиеся воспроизводят этот теоретический материал в тетрадь.

Далее с помощью – иллюстрация к аксиоме A2.

## Аксиомы стереометрии

**A<sub>1</sub>**. Если две точки прямой лежат в плоскости, то и все точки этой прямой лежат в плоскости.



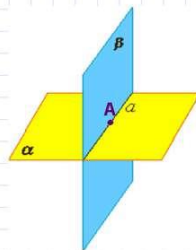
Замечание: «Если прямая и плоскость имеют только одну общую точку, то говорят, что прямая и плоскость пересекаются».

Аксиома A3: «Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей». Учащиеся воспроизводят этот теоретический материал в тетрадь.

Далее с иллюстрация к аксиоме A3.

## Аксиомы стереометрии

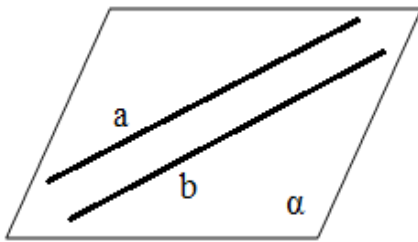
**A<sub>3</sub>**. Если две плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой.



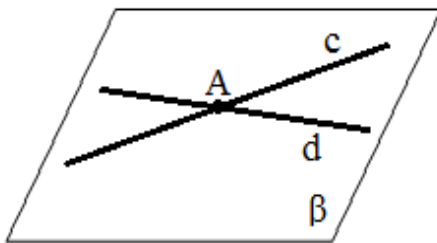
**1. Работа по готовым чертежам.** (на доске) Учащиеся выполняют чертежи, заполняют вместе с преподавателем таблицу и записывают определения в тетрадях.

Посмотрите на чертежи и скажите:

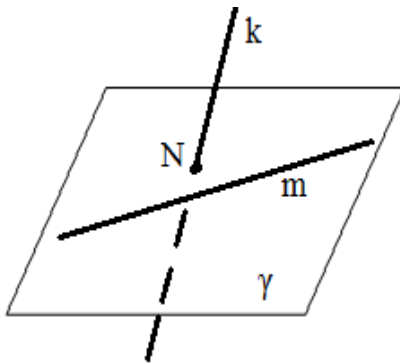
- Как расположены прямые **a** и **b**?
- Как расположены прямые **c** и **d**?
- Как расположены прямые **k** и **m**?
- Какие прямые лежат в одной плоскости?
- Какие прямые не лежат в одной плоскости?



$a // b, a \text{ и } b \in \alpha$



$c \cap d = A, c \in \beta, d \in \beta$



$k \text{ и } m \text{ скрещ.}, m \in \gamma, k \cap \gamma = N$

а) параллельные прямые; б) пересекающиеся прямые; в) скрещивающиеся прямые; г) параллельные и пересекающиеся прямые лежат в одной плоскости ; д) скрещивающиеся прямые не лежат в одной плоскости .

**Определение.** Две прямые в пространстве называются *скрещивающимися*, если они не лежат в одной плоскости.

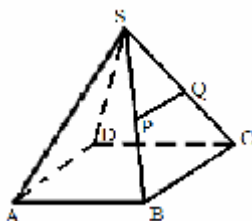
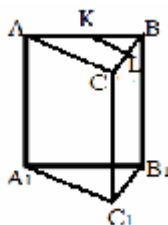
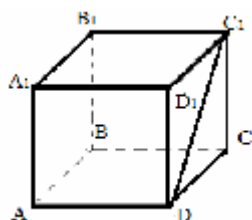


**Определение.** Две прямые называются **параллельными**, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.

**Определение.** Две прямые, имеющие лишь одну общую точку, называются **пересекающимися**.

#### 4. Формирование навыков умственного труда:

**Работа в группах.** (на доске) Из каждой группы по одному учащемуся выходят к доске и определяют взаимное расположение прямых.



1 группа (1-й ряд)

2 группа (2-й ряд)

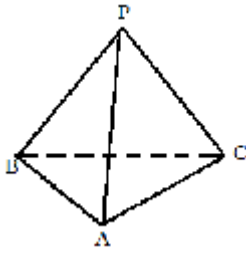
3 группа (3-й ряд)

1.  $AB \ ? \ CD$ ;  $AD \ ? \ DD_1$ ;  $DC \ ? \ A_1D_1$ ;  $A_1B_1 \ ? \ A_1D_1$ ;  $B_1C_1 \ ? \ BC$ ;  $B_1C_1 \ ? \ AA_1$ ;  $DC_1 \ ? \ AB$ .
2.  $AB \ ? \ CB$ ;  $AC \ ? \ A_1C_1$ ;  $BC \ ? \ AA_1$ ;  $A_1C_1 \ ? \ KL$ ;  $KL \ ? \ BC$ ;  $CC_1 \ ? \ KL$ ;  $AC \ ? \ BB_1$ .
3.  $AB \ ? \ AD$ ;  $AD \ ? \ BC$ ;  $PQ \ ? \ SA$ ;  $AB \ ? \ SD$ ;  $AS \ ? \ CS$ ;  $PQ \ ? \ AB$ ;  $SB \ ? \ PQ$ .

#### 1. Задача (устно).

Дано:  $PABC$  – тетраэдр.

Параллельны ли его ребра  $PB$  и  $AC$ ? Пересекаются ли прямые  $PC$  и  $AB$ ?



## 2. Задача (устно)

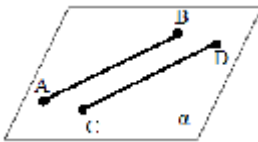
Дано:

$AB \parallel CD$ .

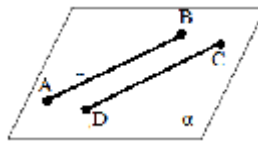
Могут ли быть прямые AC и BD скрещивающимися?

Могут ли быть прямые AC и BD пересекающимися?

а)

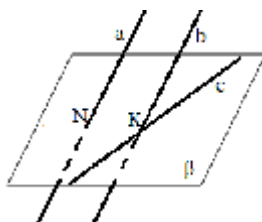


б)



## 3. Задача

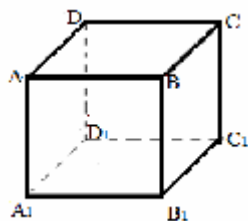
Нарисуйте плоскость  $\beta$ . Нарисуйте две параллельные прямые **a** и **b**, пересекающую данную плоскость. Нарисуйте прямую **c** лежащую в данной плоскости и пересекающую прямую **b** в точке **K**. Каково взаимное расположение прямых **a** и **c**?



4. **Задача** (результаты заносят в оценочный лист). За каждый правильный ответ – 1 балл.

Дано:

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  - куб.



### 1 вариант

Определите взаимное расположение прямых:

$AB$  и  $D_1C_1$ ,

$BC$  и  $CC_1$ ,

$AB_1$  и  $B_1C$ ,

$AD$  и  $BB_1$ ,

$A_1B$  и  $AD$

### 2 вариант

Определите взаимное расположение прямых:

$AD$  и  $D_1C_1$ ,

$AA_1$  и  $CC_1$ ,

$AB_1$  и  $AC$ ,

$A_1D_1$  и  $BB_1$ ,

$BD$  и  $DD_1$

**2. Математический диктант** (результаты заносят в оценочный лист).

Учащиеся должны ответить «Да» или «Нет» на данные утверждения.

Вопросы для всех учащихся, произносятся только один раз. За каждый правильный ответ – 1 балл.

1. Две прямые не имеющие общих точек могут быть только параллельными.  
Да или нет?

2. Две прямые, имеющие лишь одну общую точку, называются пересекающимися. Да или нет?

3. Две прямые, которые не лежат в одной плоскости, называются скрещивающимися. Да или нет?

4. Если две прямые скрещивающиеся, то они лежат в одной плоскости. Да или нет?

5. Если две прямые не пересекаются и не лежат в одной плоскости, то они параллельные. Да или нет?

**V. Домашнее задание.** Подготовить кроссворд (включить вопросы изученных тем), презентацию или реферат на тему «Параллельность на практике и в профессии».

## **VI. Подведение итогов урока**

Обзор основных этапов урока, выставление оценок.

15-16 баллов – оценка «5»

13-14 баллов – «4»

11-12 баллов – «3»

Дисциплина: Математика

Урок № 29

Преподаватель Арсланова А.С.

Дата: 20.10

Группа : 11,12

Тема урока : *Параллельность прямой и плоскости.*

Тип урока : урок открытия нового знания

Вид урока : уроки смешанного типа

Методы обучения : репродуктивный метод

### **Цель урока:**

- **обучающие:** добиться понимания того, как могут располагаться в пространстве прямая и плоскость, понятия параллельности прямой и плоскости; сформировать умения применять признак параллельности прямой и плоскости при решении задач.

- **развивающие:** развивать пространственное воображение обучающихся, умение переносить пространственные ситуации на плоскость, интерес к предмету, математическую речь, память, внимание, развивать умение работать с текстом;
- **воспитательные:** воспитывать у обучающихся культуру математической речи, аккуратности в построении чертежа, формировать эмоциональную культуру и культуру общения.

МПС

ТСО и наглядные пособия :таблица, доска, учебник, раздаточный материал

**Ход урока:**

**1. Организационный момент.**

**2. Актуализация опорных знаний.**

Учащиеся уже знакомы со взаимным расположением прямых в пространстве. Теперь нужно рассмотреть взаимное расположение в пространстве прямой и плоскости.

Вопросы классу

1. Как понимать слова «прямая принадлежит плоскости»?
2. Что значит «прямая и плоскость пересекаются»?
3. Сформулируйте теорему о принадлежности плоскости прямой, две точки которой принадлежат плоскости.

**3.Формирование новых понятий и способов действий:**

Из рассуждений, проведенных при актуализации опорных знаний учащихся, следует, что возможны такие случаи взаимного расположения прямой и плоскости.

*прямая и плоскость*

*не имеют общих точек*

*имеют общие точки*

*пересекаются  
(одна общая точка)*

*прямая лежит в плоскости  
(имеют более одной  
общей точки)*

Далее учитель дает определение прямой, параллельной плоскости

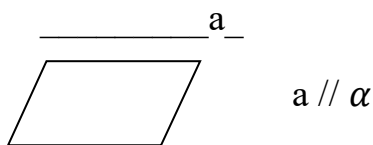


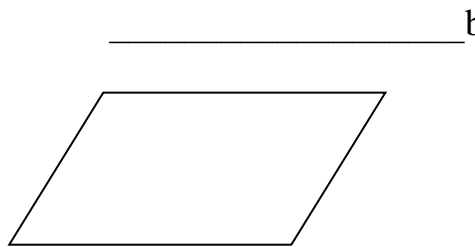
рис. 1

### Признак параллельности прямой и плоскости.

Если прямая, не принадлежащая плоскости, параллельна какой-нибудь прямой в этой плоскости, то она параллельна и самой плоскости

$b \notin \alpha$ ;  $a \in \alpha$ ;  $b // a$ , то  $b // \alpha$

Вопросы классу



1. Приведите пример параллельности прямой и плоскости в окружающей действительности.
2. Сформулируйте утверждение, обратное признаку параллельности прямой и плоскости. Справедливо ли оно? (*Если прямая  $a$  параллельна плоскости  $\alpha$ , то в плоскости  $\alpha$  существует прямая  $b$ , параллельная прямой  $a$ .*)

Постройте такую прямую. В результате построения можно сделать вывод.

***Если плоскость  $\beta$  проходит через прямую  $a$ , параллельную плоскости  $\alpha$ , то  $\beta$  и  $\alpha$  пересекаются по прямой  $b$ , которая параллельна прямой  $a$ .***

Коллективное решение задачи

Даны плоскость  $\alpha$  и вне ее точка  $A$ . Проведите через точку  $A$  прямую, параллельную плоскости  $\alpha$ .

Вопрос классу

Сколько прямых, параллельных данной плоскости  $\alpha$ , можно провести через точку  $A$ , которая не принадлежит плоскости  $\alpha$ ?

### 4. Формирование навыков умственного труда:

Устные упражнения

1. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  (рис. 2). Назовите:
  - а) ребра, параллельные плоскости  $BCC_1$  ;
  - б) плоскости граней, которые параллельны ребру  $AB$ .

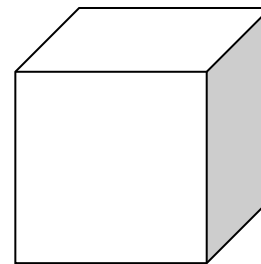


рис.2

2. Отрезок  $AB$  и плоскость  $\alpha$  не имеют общих точек. Верно ли, что:
  - а) отрезок  $AB$  параллелен плоскости  $\alpha$  ;
  - б) прямая  $AB$  параллельна плоскости  $\alpha$  ;

### Письменные упражнения

1. Докажите, что через какую либо из двух скрещивающихся прямых можно провести плоскость, параллельную второй прямой.
2. Дан треугольник  $ABC$  .Плоскость, параллельная прямой  $AB$  , пересекает сторону  $AC$  этого треугольника в точке  $A_1$  А сторону  $BC$  – в точке  $B_1$ . Найдите длину отрезка  $A_1 B_1$  , если  $AB = 15$  см ,  $AA_1 : AC = 2 : 3$  .
3. В тетраэдре  $SABC$  точки  $F$  и  $E$  – середина ребер  $SA$  и  $SB$  соответственно. Докажите, что  $FE \parallel (ABC)$ .
4. Основание  $BC$  трапеции  $ABCD$  параллельна плоскости  $\alpha$  , которая содержит точку  $A$ . Докажите, что
  - а) основание  $AD$  лежит в плоскости  $\alpha$ ;
  - б) средняя линия трапеции параллельна плоскости  $\alpha$  .

## VI. Подведение итогов урока

### Вопросы классу

1. Каково может быть взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве ?
2. В каком случае прямую и плоскость называют параллельными ?

3. Как через данную точку провести какую либо прямую, параллельную данной плоскости ?
4. Сформулируйте признак параллельности прямой и плоскости .
5. Верно ли обратное утверждение? Сформулируйте его.
6. Что можно сказать о прямой пересечения плоскостей  $\alpha$  и  $\beta$  , если плоскость  $\beta$  проходит через прямую  $a$  , параллельную плоскости  $\alpha$  ?

Домашнее задание: Выполнить упражнения

**С** 1. Дан треугольник ABC .Плоскость параллельная прямой АВ , пересекает сторону АС этого треугольника в точке  $A_1$  , а сторону ВС – в точке  $B_1$  . Найдите длину отрезка  $A_1B_1$  , если  $AB = 8\text{см}$ ;  $AA_1 : A_1C = 5 : 3$  .

**Д** 2. Точка М не лежит в плоскости трапеции ABCD с основанием АД. Докажите, что прямая АД параллельна плоскости BMC.

**В** 3. Докажите, что отрезки, соединяющие середины противоположных ребер тетраэдра , пересекаются и делятся точкой пересечения пополам.

Дисциплина: Математика

Урок № 30

Преподаватель Арсланова А.С.

Дата: 20.10

Группа : 11,12

Тема урока : *Параллельность плоскостей* .

Тип урока : урок открытия нового знания

Вид урока : уроки смешанного типа

Методы обучения : репродуктивный метод

**Цель урока:**

- **обучающие:** сформировать у учащихся представление о взаимном расположении двух плоскостей в пространстве; о параллельных плоскостях, признаке плоскости двух



плоскостей; сформировать умение применять признак параллельности плоскостей при решении задач.

- **развивающие:** развивать пространственное воображение обучающихся, умение переносить пространственные ситуации на плоскость, интерес к предмету, математическую речь, память, внимание, развивать умение работать с текстом;
- **воспитательные:** воспитывать у обучающихся культуру математической речи, аккуратности в построении чертежа, формировать эмоциональную культуру и культуру общения.

МПС

ТСО и наглядные пособия : модель прямоугольного параллелепипеда.

**Ход урока:**

**1.Организационный момент.**

**2.Актуализация опорных знаний.**

Вопросы классу

Закончите предложение

1. Если две различные плоскости имеют хотя бы одну общую точку, то ... .
2. Две плоскости либо пересекаются, либо ... .

**3.Формирование новых понятий и способов действий:**

Коллективно обсуждается взаимное расположение плоскостей в пространстве (см.схему)

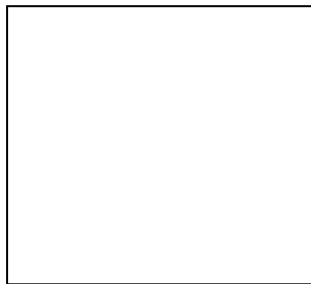
**Определение .** Две плоскости называются параллельными, если они не пересекаются.

Укажите в окружающем пространстве предметы, дающие представление о параллельных плоскостях.

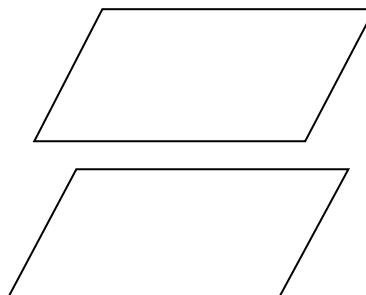
На модели прямоугольного параллелепипеда продемонстрировать параллельные и пересекающиеся плоскости.

Две плоскости в пространстве

Пересекаются по  
прямой



не имеют  
общих точек



Вопрос классу

Плоскость  $\alpha$  и  $\beta$  параллельны. Верно ли, что каждая прямая плоскости  $\alpha$  параллельна плоскости  $\beta$  ?

Признаки параллельности плоскостей:

- 1. Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны .*
- 2. Если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны другой плоскости, то эти плоскости параллельны .*

Вопрос классу

Существенно ли в этих двух признаках параллельности плоскостей то, что прямые пересекаются?

Свойства параллельных плоскостей:

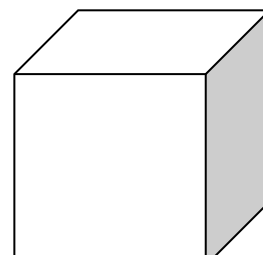
- 1°. Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения параллельны .*
- 2°. Отрезки параллельных прямых, заключенные между параллельными плоскостями , равны .*

#### 4.Формирование навыков умственного труда:

Устные упражнения

1. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  (см. рисунок). Назовите плоскость , параллельную :

а) плоскости  $AA_1 B_1$  ; б) плоскости  $B_1 C_1 C$  ; в) плоскости  $MNK$ , где  $M$ - середина  $AD$  ,  $N$  – середина  $DC$ ,  $K$  – середина  $DD_1$  .



2. Пользуясь рисунком, определите, параллельны ли

плоскости:

а)  $ABB_1$  и  $CC_1D_1$ ; б)  $AB_1C$  и  $ACD_1$ ; в)  $MNK$  и  $ACD_1$ .

Письменные упражнения

1. Через точку  $P$  проведены три луча, которые пересекают параллельные плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  в точках  $A, B, C$  и  $A_1, B_1, C_1$  соответственно. Докажите, что треугольники  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  подобны.

Замечание: После решения этой задачи полезно сделать обобщение: сечение пирамиды плоскостью, параллельной плоскости основания, является многоугольником, подобным основанию пирамиды.

2. Даны две параллельные плоскости. Через точки  $A$  и  $B$  одной из плоскостей проведены параллельные прямые, пересекающие другую плоскость в точках  $A_1$  и  $B_1$ . Чему равен отрезок  $A_1B_1$ , если  $AB = a$ ?

3. Через вершины параллелограмма  $ABCD$ , лежащего в одной из двух параллельных плоскостей, проведены параллельные прямые, пересекающие другую плоскость в точках  $A_1, B_1, C_1, D_1$ . Докажите, что четырехугольник  $A_1B_1C_1D_1$  – тоже параллелограмм.

Самостоятельная работа

Вариант 1

В заданиях 1 – 3 выберите и отметьте правильный ответ.

1. Дан куб  $MNKLM_1N_1K_1L_1$  (рис. 1). Укажите плоскость, параллельную плоскости  $MKN_1$ .

Дан А  $MKL_1$  Б  $M_1K_1L$  В  $M_1K_1N$  Г  $NLN_1$

2. Две стороны треугольника параллельны плоскости  $\alpha$ . Как расположена относительно плоскости  $\alpha$  медиана треугольника, проходящая между этими сторонами?

А Имеет с  $\alpha$  общую точку Б Лежит в плоскости

В Параллельна плоскости  $\alpha$  Г Другой ответ

3. Параллельные плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекают стороны угла В в точках  $A_1, C_1$  и  $A_2, C_2$  соответственно (рис. 2).  
Найдите длину отрезка  $BC_2$ , если  $A_1B : A_2A_1 = 1 : 3$  и  $BC_1 = 3$  см .

А 3 см

Б 6 см

В 4 см

Г 12 см

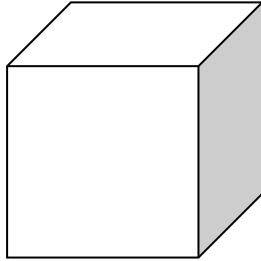


Рис. 1

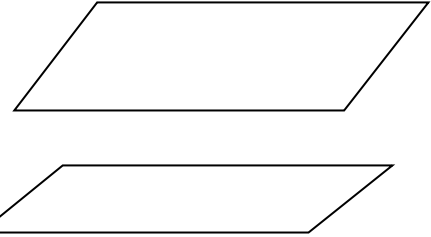


Рис. 2

4. Даны две параллельные плоскости  $\alpha$  и  $\beta$ . Точки А и В лежат в плоскости  $\alpha$ , точки С и Д - в плоскости  $\beta$ . Отрезки АД и ВС пересекаются в точке М. Найдите длину отрезка АВ, если  $CD=4$  см,  $BM : CM = 2 : 1$ .
5. Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  параллельны. Докажите, что для любой прямой а плоскости  $\alpha$  существует скрещивающаяся прямая в в плоскости  $\beta$ .

#### Вариант 2

1. Дан куб  $MNKL M_1 N_1 K_1 L_1$  (рис. 1). Укажите плоскость, параллельную плоскости  $MKL_1$ .  
А  $MNK$     Б  $M_1 K_1 N$     В  $MKN_1$     Г  $NLN_1$
2. Две стороны треугольника параллельны плоскости  $\alpha$ . Как расположена относительно плоскости  $\alpha$  биссектриса треугольника, проходящая между этими сторонами?  
А Лежит в плоскости  $\alpha$     Б Параллельна плоскости  $\alpha$   
В Пересекает плоскость  $\alpha$     Г Другой ответ
3. Параллельные плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекают стороны угла В в точках  $A_1, C_1$  и  $A_2, C_2$  соответственно (рис. 2).  
Найдите длину отрезка  $BC_2$ , если  $A_1C_1 : A_2C_2 = 1 : 5$  и  $BC_1 = 2$  см .
- А 4 см    Б 24 см    В 10 см    Г 8 см

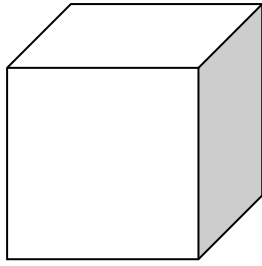


Рис. 1

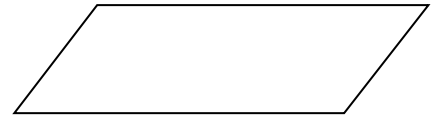
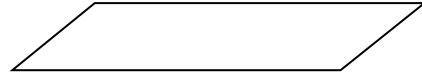


Рис. 2



4. Даны две параллельные плоскости  $\alpha$  и  $\beta$ . Точки А и В лежат в плоскости  $\alpha$ , точки С и Д - в плоскости  $\beta$ . Отрезки АД и ВС пересекаются в точке М. Найдите длину отрезка СД, если АВ=16 см, АМ : МД = 2 : 1.
5. Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  параллельны. Докажите, что для любой прямой а плоскости  $\alpha$  существует скрещивающаяся прямая б в плоскости  $\beta$ .

Работа проводится в течении 15 – 20 мин. После окончания работы учающиеся сверяют ответы и решения по доске (откидной).

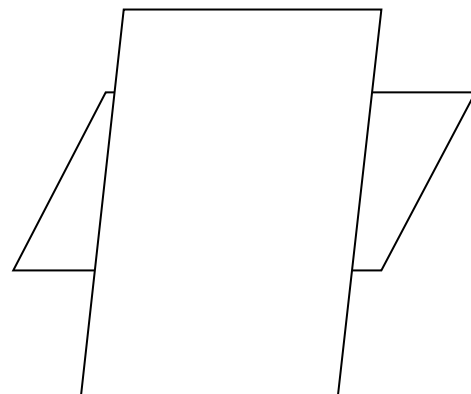
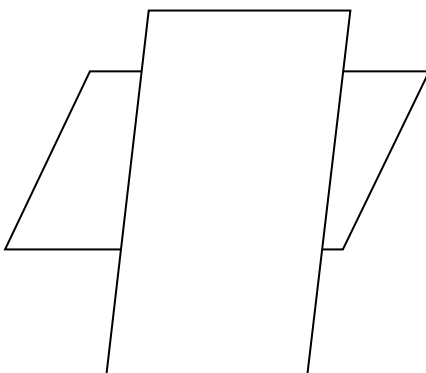
Решения и ответы к заданиям сам. работы

Вариант 1 . 1. Б. 2. В. 3. Г. 4. 8 см.

5. Доказательство: Выберем точку А в плоскости  $\beta$ , через прямую а и точку А проведем плоскость  $\gamma$  (рис.5). Плоскость  $\gamma$  пересекает плоскость  $\beta$  по прямой с // а. Через точку А в плоскости  $\beta$  проведем прямую б. Прямая б пересекает плоскость  $\gamma$  в точке А. Прямая а принадлежит плоскости  $\gamma$ . Значит, по признаку скрещивающихся прямых а и б скрещиваются.

Вариант 2. 1. Б. 2. Б. 3. В. 4. 8 см.

5. Доказательство: Выберем точку А в плоскости  $\beta$ , через прямую а и точку А проведем плоскость  $\gamma$  (рис.6). Поскольку  $\alpha // \beta$ , то плоскость  $\gamma$  пересекает плоскость  $\beta$  по прямой б, которая параллельна прямой



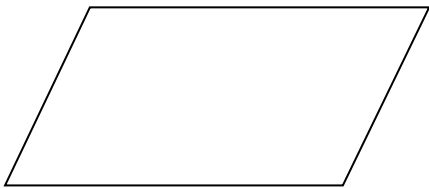


Рис. 5

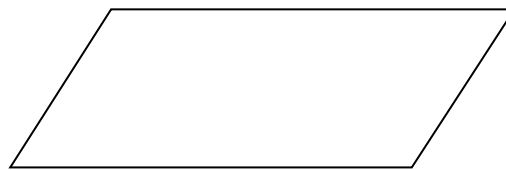


рис. 6

Дисциплина: Математика

Урок № 31

Преподаватель Арсланова А.С.

Дата: 23.10

Группа : 11,12

Тема урока : *Перпендикулярность прямой и плоскости .*

Тип урока : урок открытия нового знания

Вид урока : уроки смешанного типа

Методы обучения : репродуктивный метод

**Цель урока:**

- **обучающие:** сформировать у учащихся понятия о перпендикулярных прямых в пространстве; о прямой, перпендикулярной плоскости; ознакомить с признаком перпендикулярности прямой и плоскости; сформировать умение применять определение прямой перпендикулярной плоскости и признак перпендикулярности прямой и плоскости при решении задач.
- **развивающие:** развивать пространственное воображение обучающихся , умение переносить пространственные ситуации на плоскость, интерес к предмету, математическую речь, память, внимание, развивать умение работать с текстом;

- **воспитательные:** воспитывать у обучающихся культуру математической речи, аккуратности в построении чертежа, формировать эмоциональную культуру и культуру общения.

МПС

ТСО и наглядные пособия : модель прямоугольного параллелепипеда.

**Ход урока:**

### **1.Организационный момент.**

### **2.Актуализация опорных знаний.**

Вопросы классу

1. Какие прямые называют перпендикулярными на плоскости?
2. Сколько на плоскости существует прямых, перпендикулярных данной, проходящей через данную точку?
3. Сформулируйте признак параллельности прямых.
4. Сформулируйте определение параллелограмма.
5. Сформулируйте свойство сторон параллелограмма.
6. Сформулируйте признаки равенства треугольников .
7. Докажите, что если на плоскости две прямые параллельны перпендикулярным прямым, то они также перпендикулярны друг другу.
8. Каким может быть взаимное расположение прямой и плоскости?
9. Какие прямые называются перпендикулярными?
10. Всегда ли перпендикулярные прямые лежат в одной плоскости?

### **3.Формирование новых понятий и способов действий:**

**Определение.** Две прямые в пространстве называются **перпендикулярными**, если они пересекаются под прямым углом. Место для формулы.

**Признак.** Если две пересекающиеся прямые параллельны соответственно двум перпендикулярным прямым, то они тоже перпендикулярны.



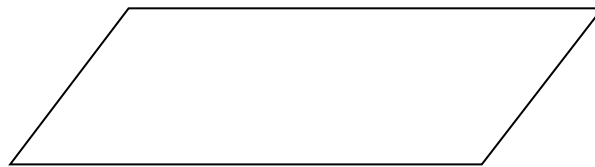
$$(a_1 \parallel b_1, a_2 \parallel b_2, a_1 \perp a_2) \Rightarrow b_1 \perp b_2.$$



### Перпендикулярность прямой и плоскости

**Определение.** Прямая, пересекающая плоскость, называется **перпендикулярной** этой плоскости, если она перпендикулярна любой прямой, лежащей в этой плоскости и проходящей через точку пересечения.

**Признак.** Если прямая перпендикулярна двум прямым, лежащим в плоскости и пересекающимся, то она перпендикулярна данной плоскости.



$$(a \perp \alpha) \Leftrightarrow (a \perp x); (a \perp b \text{ и } a \perp c) \Rightarrow a \perp \alpha;$$

$x$  – любая прямая плоскости  $\alpha$ .

### Свойства прямой и плоскости, перпендикулярных между собой

Две прямые, перпендикулярные одной и той же плоскости, параллельны между собой.

Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна данной плоскости, то и другая прямая перпендикулярна этой плоскости.

$$(a \perp \alpha \text{ и } b \perp \alpha) \Rightarrow a \parallel b;$$

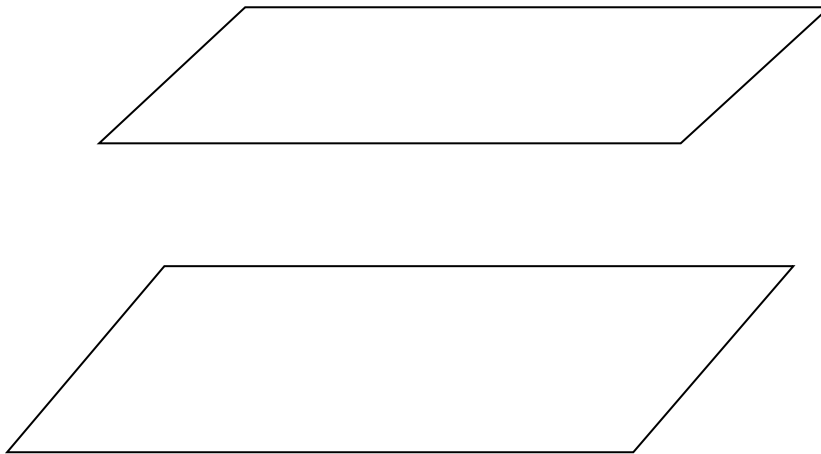




$$(a \parallel b \text{ и } a \perp \alpha) \Rightarrow b \perp \alpha.$$

Прямая, перпендикулярная одной из двух параллельных плоскостей, перпендикулярна и другой плоскости.

Две плоскости, перпендикулярные к одной и той же прямой, параллельны между собой.



$$(\alpha \parallel \beta \text{ и } a \perp \alpha) \Rightarrow a \perp \beta;$$

$$(\alpha \perp a \text{ и } \beta \perp a) \Rightarrow \alpha \parallel \beta.$$

#### 4. Формирование навыков умственного труда:

Устные упражнения

1. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  (рис. 1).

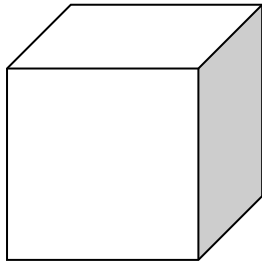
а) Назовите все прямые, перпендикулярные плоскости  $ABC$ ;

б) назовите все прямые, перпендикулярные плоскости  $AA_1 B_1$

в) покажите, что в кубе каждое ребро перпендикулярно двум его граням;

г) объясните, почему прямая  $CC_1$  перпендикулярна прямой  $AC$ ;

д) объясните, почему плоскость  $DD_1C_1$  перпендикулярна прямой  $B_1C_1$ .



1. Каким образом нужно установить на крестовине елку, чтобы она была перпендикулярна плоскости пола?

2. Как расположена относительно плоскости треугольника прямая, перпендикулярна двум его сторонам?

3. Верно ли, что прямая перпендикулярна плоскости круга, если она пересекает круг в центре и перпендикулярна:

а) его диаметру; б) двум его диаметрам?

### Письменные упражнения

1. Через вершину квадрата  $ABCD$  проведена прямая  $BM$ , перпендикулярная его плоскости. Докажите, что прямая  $AB$  перпендикулярна плоскости прямых  $MB$  и  $BC$ .
2. Через центр описанной около треугольника окружности проведена прямая, перпендикулярная плоскости треугольника. Докажите, что каждая точка этой прямой равноудалена от вершин треугольника
3. В треугольнике  $ABC$   $\angle C = 90^\circ$ ;  $AC = 6$  см;  $BC = 8$  см.  $N$  – середина  $AB$ .  $KC$  перпендикулярна плоскости  $ABC$ ,  $KC = 12$  см.

Найдите  $KN$  (рис. 2)

VII. Подведение итогов урока

## Вопросы классу

1. Сформулируйте определение прямой, перпендикулярной плоскости.
2. Сформулируйте признак перпендикулярности прямой и плоскости.
3. Прямая  $MB$  перпендикулярна сторонам  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  (рис. 3). Укажите вид треугольника  $MBD$ , где  $D$  – произвольная точка стороны  $AC$  (прямоугольный, остроугольный, тупоугольный).
4. Через точку  $O$  пересечения диагоналей квадрата  $ABCD$  проведена прямая  $KO$ , перпендикулярная его диагоналям  $AC$  и  $BD$  (рис. 4). Укажите вид треугольника  $KOM$ , где  $M$  – произвольная точка стороны  $AB$  (остроугольный, прямоугольный, тупоугольный).

## VII. Домашнее задание

Решить задачи.

1. Три луча  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  попарно перпендикулярны. Как расположен каждый из лучей относительно плоскости, определяемой двумя другими лучами?
2. Через точку  $O$  пересечения диагоналей квадрата со стороной 4 см проведена прямая  $ON$ , перпендикулярная плоскости квадрата. Найдите расстояние от точки  $N$  до вершин квадрата, если  $ON = \sqrt{17}$ .
3. Дан прямоугольный параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Его диагональ  $B_1 D$  равна 13 см, а диагональ боковой грани  $DD_1 C_1 C_1 DC_1 = 12$  см. Найдите основание  $AD$ .

Дисциплина: Математика

Урок № 32-33

Преподаватель Арсланова А.С.

Дата: 23.10

Группа : 11,12

Тема урока : *Перпендикуляр и наклонная .*

Тип урока : урок открытия нового знания

Вид урока : уроки смешанного типа

Методы обучения : репродуктивный метод

### **Цель урока:**

- **обучающие:** сформировать понятие перпендикуляра к плоскости, наклонной, проекции наклонной на плоскость, установить взаимосвязь между длинами наклонных, проведенных из одной точки к плоскости, и длинами их проекций на плоскость ; сформировать умения применять полученные знания при решении задач.  
**развивающие:** развивать пространственное воображение обучающихся , умение переносить пространственные ситуации на плоскость, интерес к предмету, математическую речь, память, внимание, развивать умение работать с текстом;
- **воспитательные:** воспитывать у обучающихся культуру математической речи, аккуратности в построении чертежа, формировать эмоциональную культуру и культуру общения.

МПС

ТСО и наглядные пособия : модель прямоугольного параллелепипеда.

### **Ход урока:**

- 1.Организационный момент.**
- 2.Актуализация опорных знаний.**

**Графический диктант**

Даны плоскости  $\alpha$  и  $\beta$ , прямые  $a$  и  $b$ . Верно ли, что:

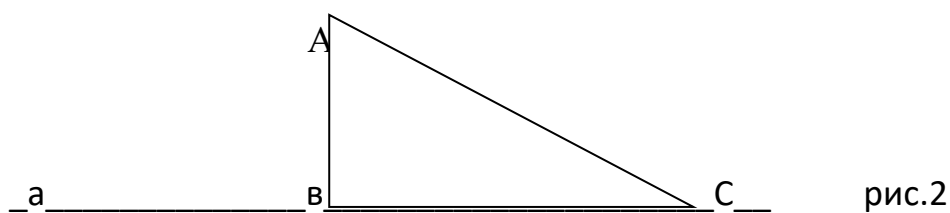
- 1) если  $a \perp \alpha$  и  $a \parallel b$ , то  $b \perp \alpha$ ;
- 2) если  $a \perp \alpha$  и  $b \perp \alpha$ , то  $a \parallel b$ ;
- 3) если  $a \perp \alpha$  и  $b \perp \alpha$ , то  $a$  и  $b$  скрещивающиеся;
- 4) если  $\alpha \parallel \beta$  и  $a \perp \beta$ , то  $a \perp \alpha$ ;
- 5) если  $a \perp \alpha, b \perp \alpha$ , то  $a$  и  $b$  пересекающиеся;
- 6) если  $a \perp \alpha, a \perp \beta$ , то  $\alpha \parallel \beta$ .

Учитель открывает «ключ» (рис.1).

$\cap \cap \_ \cap \_ \cap$  (рис.1)

Вопросы классу

1. Что называют перпендикуляром, проведенным из точки на прямую в плоскости?
2. Как называют точку В, точку С на рис. 2?
3. Дайте определение наклонной, проведенной из точки А на прямую  $a$ .
4. Как называют отрезок ВС (рис. 2)? Дайте определение проекции наклонной.



5. Сформулируйте свойства перпендикуляра, наклонных и проекций.

### 3. Формирование новых понятий и способов действий:

План изучения нового материала

1. Понятие о перпендикуляре к плоскости, основании перпендикуляра.
2. Расстояние от точки до плоскости.

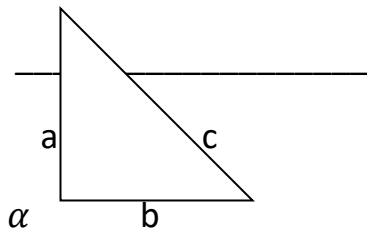
3. Понятие о наклонной, проведенной из данной точки к плоскости, основании наклонной.

4. Свойства перпендикуляра, наклонных, проведенных к плоскости из одной точки, и их проекций.

**Перпендикуляром**, опущенным из данной точки на данную плоскость, называется отрезок, соединяющий данную точку с точкой плоскости и лежащий на прямой, перпендикулярной плоскости. Конец этого отрезка, лежащего в плоскости, называется **основанием перпендикуляра**.

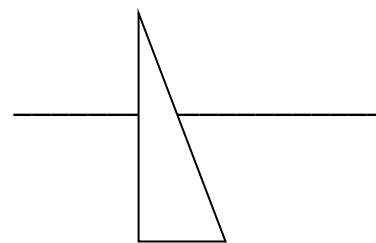
Расстояние от точки до плоскости – это длина перпендикуляра, опущенного из этой точки на плоскость.

**Наклонной**, проведенной из данной точки к данной плоскости, называется любой отрезок, соединяющий данную точку с точкой плоскости и не являющийся перпендикуляром к плоскости. Конец отрезка, лежащего в плоскости, называется **основанием наклонной**. Отрезок, соединяющий основания перпендикуляра и наклонной, проведенных из той же точки, называется **проекцией наклонной**.



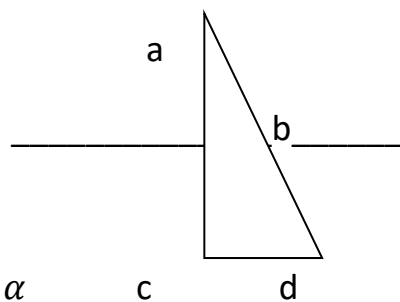
$c > a; c > b$

Рис.3



Если  $a=b$ , то  $c=d$ .

Если  $c=d$ , то  $a=b$ . Рис.4



Если  $a > b$ , то  $c > d$ .

Если  $c > d$ , то  $a > b$

рис.5

Все рассмотренные свойства следуют из теоремы Пифагора и, в отличие от плоскости, где из данной точки к прямой можно провести только две равные наклонные, в пространстве из точки к плоскости можно провести бесконечное множество равных наклонных, основания которых образуют окружность.

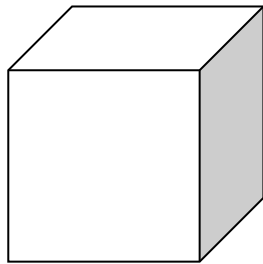
#### 4. Формирование навыков умственного труда:

Устные упражнения

1. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  (рис. 6). Укажите проекцию диагонали  $B'D$  на плоскости :

- а)  $ABC$ ;      б)  $BB'C'$ ;      в)  $DD'C'$ ;  
г)  $AA'D'$ ;      д)  $AA'B'$ ;      е)  $A'D'C'$ .

Будут ли равны проекции  $B'D$  на плоскости  $ABC$  и  $A'B'C'$ ?  
Почему?



2. К плоскости прямоугольника  $ABCD$  в точке пересечения диагоналей восставлен перпендикуляр. Можно ли утверждать, что произвольная точка  $M$  этого перпендикуляра равноудалена от вершин прямоугольника?

Письменные упражнения

1. Найдите длину наклонной, если длина перпендикуляра равна 6 см, а проекция наклонной на плоскость - 8 см.
2. Найдите длину перпендикуляра, если длина наклонной равна 17 см, а ее проекция на плоскость - 15 см.
3. Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 10 см и 17 см. Разность проекций этих наклонных составляет 9 см. Найдите проекции наклонных.

4. Из точки к плоскости проведены две наклонные, длины которых относятся как 1 : 2. Найдите длины наклонных, если их проекции равны 1 см и 7 см.
5. Докажите, что если точка, лежащая вне плоскости многоугольника равноудалена от всех его вершин, то основанием перпендикуляра, проведенного из данной точки к плоскости многоугольника, является центр описанной около него окружности.

Данная задача является опорной, доказанное свойство важно знать для правильного построения рисунков при решении многих задач.

Решение задач по готовым рисункам

1. Дано:  $AB \perp \alpha$ ,  $AC$  – наклонная  $AB:BC = 4:3$ ,  $AC = 20$  см (рис.2). Найдите:  $AB$ . (Ответ. 16 см.)

2. Дано:  $AB \perp \alpha$ ,  $AC$  и  $AD$  – наклонные,  $\angle ACB=30^\circ$ ,  $AC=16$  см;  $BD=6$  см (рис. 3). Найдите:  $AD$ . (Ответ. 10 см.)

3. Дано  $\Delta ABC$ ,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $AO=OB$ ,  $DO \perp (ABC)$ ,  $DC=5$  см,  $DO=3$  см (рис. 4). Найдите: площадь  $S$  круга, описанного вокруг треугольника  $ABC$ . (Ответ:  $16\pi$  см<sup>2</sup>.)

## 5. Подведение итогов урока

Вопросы классу

1. Что называют перпендикуляром, опущенным из данной точки к плоскости?
2. Что называют наклонной, проведенной из данной точки к плоскости?
3. Сколько перпендикуляров и наклонных можно провести из данной точки к плоскости?
4. Из данной точки к плоскости проведены две наклонные. Что можно сказать о проекциях наклонных на плоскость, если наклонные:  
а) равны; б) неравны?

Домашнее задание

1. Из точки к плоскости проведены перпендикуляр длиной 9 см и наклонная длиной 11 см. Найдите длину проекции этой наклонной на плоскость.



2. Точка  $F$  находится на расстоянии 6 см от вершин прямоугольника и на расстоянии 4 см от его плоскости. Найдите стороны прямоугольника, если одна из них в два раза больше другой.
3. Точка, удаленная от вершин правильного треугольника на 5 см, находится на расстоянии 4 см от плоскости треугольника. Найдите периметр данного треугольника.